# Arquivos Indexados

Vanessa Braganholo

# Arquivos de Acesso Direto

- Basicamente, duas formas de acesso a um registro:
  - Acesso via cálculo do endereço do registro (*hashing*)
  - Acesso via estrutura de dados auxiliar (índice)

# Índice

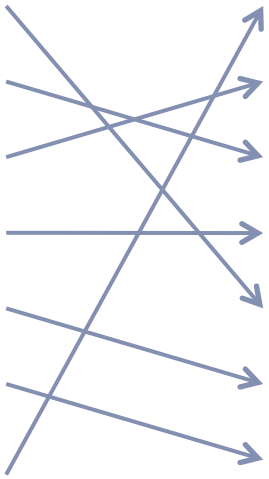
- Índice é uma estrutura de dados que serve para localizar registros no arquivo de dados
- Cada entrada do índice contém
  - Valor da chave
  - Ponteiro para o arquivo de dados

- Pode-se pensar então em dois arquivos:
  - Um de índice
  - Um de dados
- Isso é eficiente?

# Exemplo de Índice Plano

Arquivo de Índice

| | CHAVE | PONTEIRO |
|---|---|---|
| 0 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 2 |
| 2 | 10 | 1 |
| 3 | 15 | 3 |
| 4 | 16 | 5 |
| 5 | 21 | 6 |
| 6 | 23 | 0 |



Arquivo de Dados

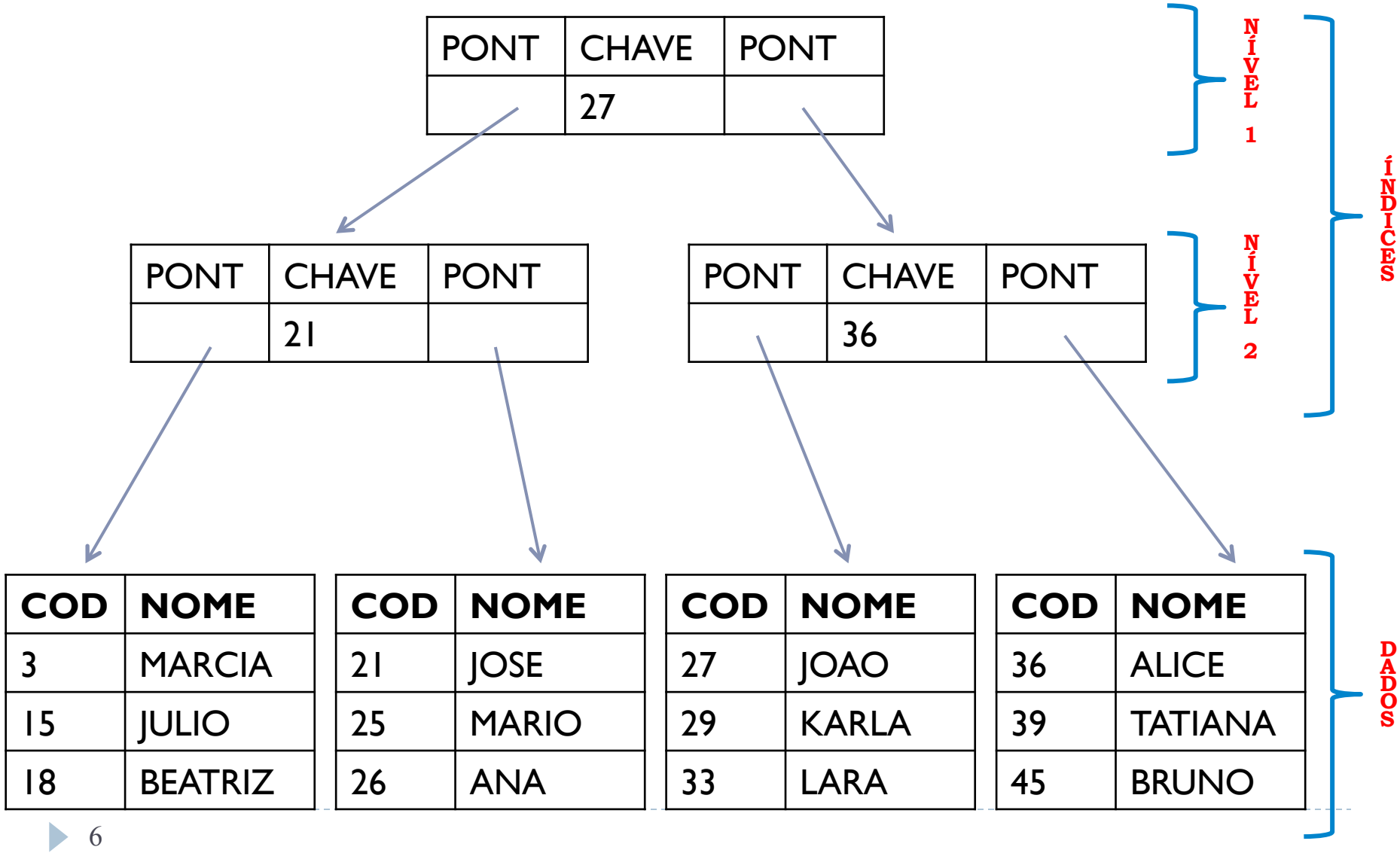
| | **COD** | **NOME** |
|---|---|---|
| 0 | 23 | JOSE |
| 1 | 10 | MARIO |
| 2 | 5 | ANA |
| 3 | 15 | MARCIA |
| 4 | 3 | JULIO |
| 5 | 16 | BEATRIZ |
| 6 | 21 | CAMILA |

# Índice

- Se tivermos que percorrer o arquivo de índice sequencialmente para encontrar uma determinada chave, o índice não terá muita utilidade
  - Pode-se fazer busca um pouco mais eficiente (ex. busca binária), se o arquivo de índice estiver ordenado
  - Mas mesmo assim isso não é o ideal

- Para resolver este problema:
  - os índices não são estruturas sequenciais, e sim hierárquicas
  - os índices não apontam para um registro específico, mas para um bloco de registros (e dentro do bloco é feita busca sequencial) – exige que os registros dentro de um bloco estejam ordenados

# Exemplo de Índice Hierárquico

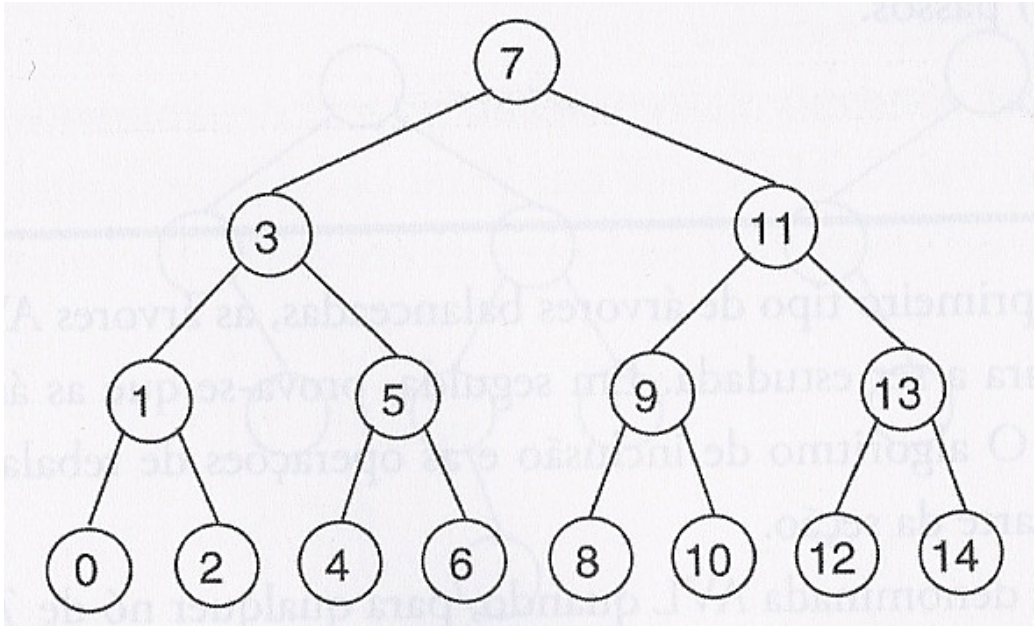


# Hierarquia lembra árvore...

- A maioria das estruturas de índice é implementada por árvores de busca
  - Árvores Binárias
  - Árvores AVL
  - Árvores de Múltiplos Caminhos

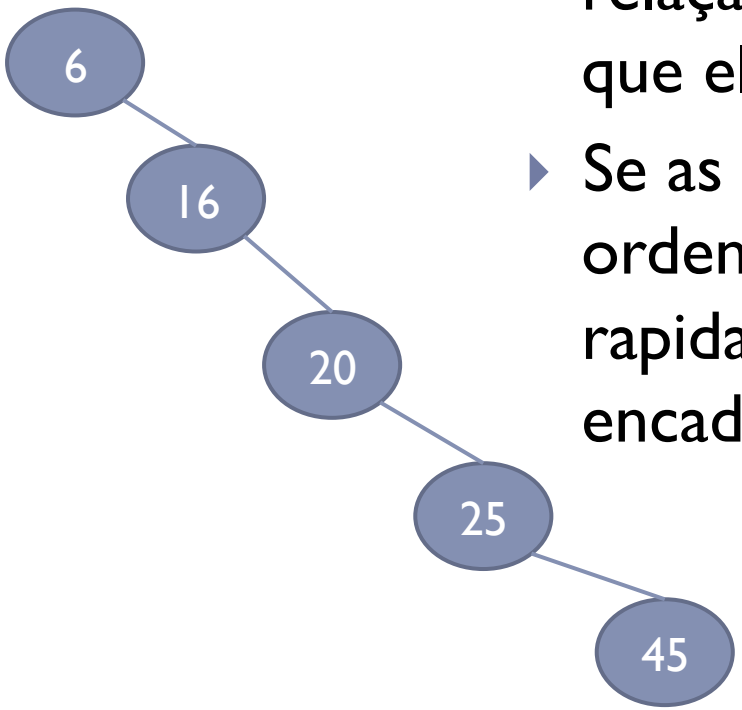
# Árvore de Busca Binária

- Características de uma árvore de busca binária T
  - todas as chaves da subárvore da esquerda de T têm valores menores que a chave do nó raiz de T
  - todas as chaves da subárvore da direita de T têm valores maiores que a chave do nó raiz de T
  - as subárvores esquerda e direita de T também são árvores de busca binária




Fonte: Szwarcfiter, J.; Markezon, L. Estruturas de Dados e seus Algoritmos 3a. ed. LTC. Fig. 5.1, pag 103

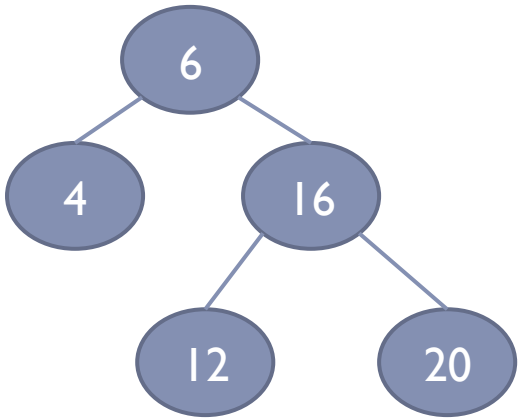
# Considerações sobre Árvores Binárias



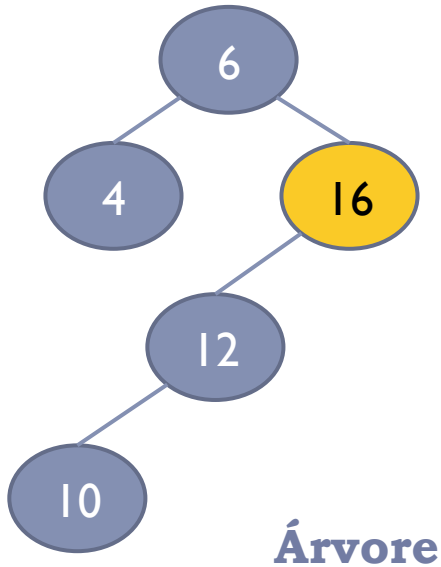

- Altura tende a ser muito grande em relação ao número de nós ou registros que ela contém
- Se as chaves a serem incluídas estiverem ordenadas, a árvore degrada-se rapidamente, tornando-se uma lista encadeada

# Árvores AVL

- São árvores binárias balanceadas
  - Para qualquer nó da árvore, a altura da subárvore da esquerda não pode diferir em mais de 1 unidade da altura da subárvore da direita




**Árvore AVL**




**Árvore Não-AVL**

# Considerações sobre Árvores AVL

- Ainda são excessivamente altas para uso eficiente como estrutura de índice

# Solução: Árvores de Múltiplos Caminhos

- Características
  - Cada nó contém ***n-1*** chaves
  - Cada nó contém ***n*** filhos
  - As chaves dentro do nó estão ordenadas
  - As chaves dentro do nó funcionam como separadores para os ponteiros para os filhos do nó

# Exemplo

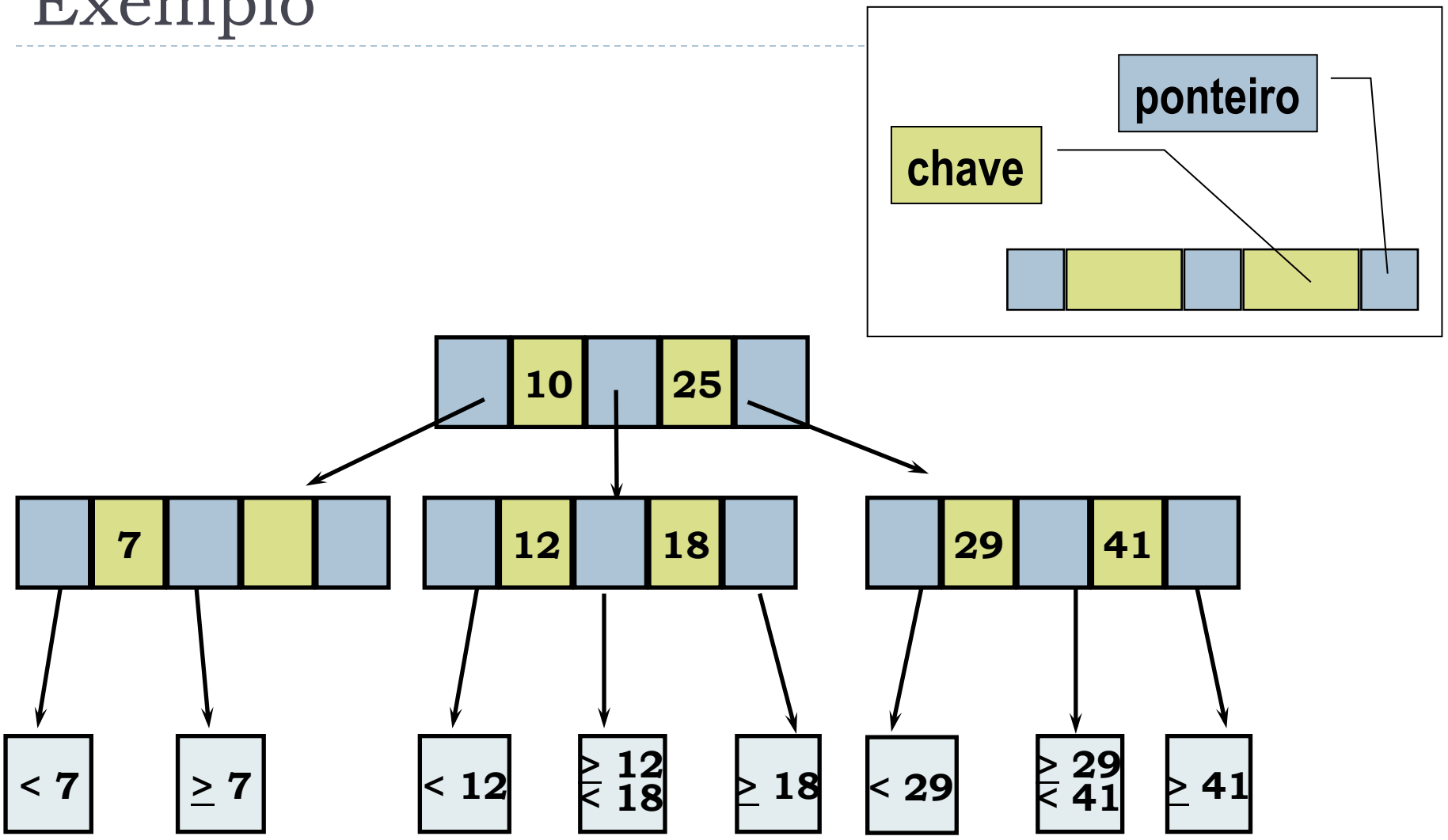





Figura: gentileza de Clesio S. Santos e Nina Edelweiss

# Vantagens

- Têm altura bem menor que as árvores binárias
- Ideais para uso como índice de arquivos em disco
- Como as árvores são baixas, são necessários poucos acessos em disco até chegar ao ponteiro para o bloco que contém o registro desejado

# Exemplos de Árvores Múltiplos Caminhos

- Árvore B
- Árvore B*
- Árvore B+
- Tries

# Árvores B

Fonte de consulta: Szwarcfiter, J.; Markezon, L. Estruturas de Dados e seus Algoritmos, 3a. ed. LTC. Seção 5.5

# Árvore B

- Consegue armazenar índice e dados na mesma estrutura (mesmo arquivo físico)
- Características de uma árvore B de ordem **d**
  - A raiz é uma folha ou tem no mínimo 2 filhos
  - Cada nó interno (não folha e não raiz) possui no mínimo **d + 1** filhos
  - Cada nó tem no máximo **2d + 1** filhos
  - Todas as folhas estão no mesmo nível

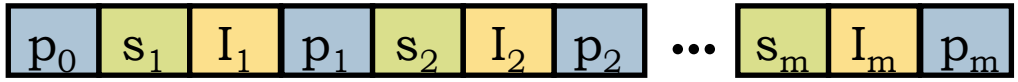
- Um nó de uma árvore B é também chamado de página
- Uma página armazena diversos nós da tabela original
  - Seu tamanho normalmente equivale ao tamanho de uma página em disco

# Árvore B

- Outras propriedades
  - Seja **m** o número de chaves de uma página **P** não folha
  - **P** tem **m+1** filhos, **P** tem entre **d** e **2d** chaves, exceto o nó raiz, que possui entre **1** e **2d** chaves
  - Em cada página, as chaves estão ordenadas: $s_1, ..., s_m$, onde $d \leq m \leq 2d$, exceto para a raiz onde $1 \leq m \leq 2d$
  - **P** contém **m+1** ponteiros $p_0, p_1, ..., p_m$ para os filhos de P
  - Nas páginas correspondentes às folhas, esses ponteiros apontam para NULL
  - Os nós também armazenam, além da chave $s_k$, os dados ($l_k$) relativos àquela chave

# Árvore B

Estrutura de uma página (nó)



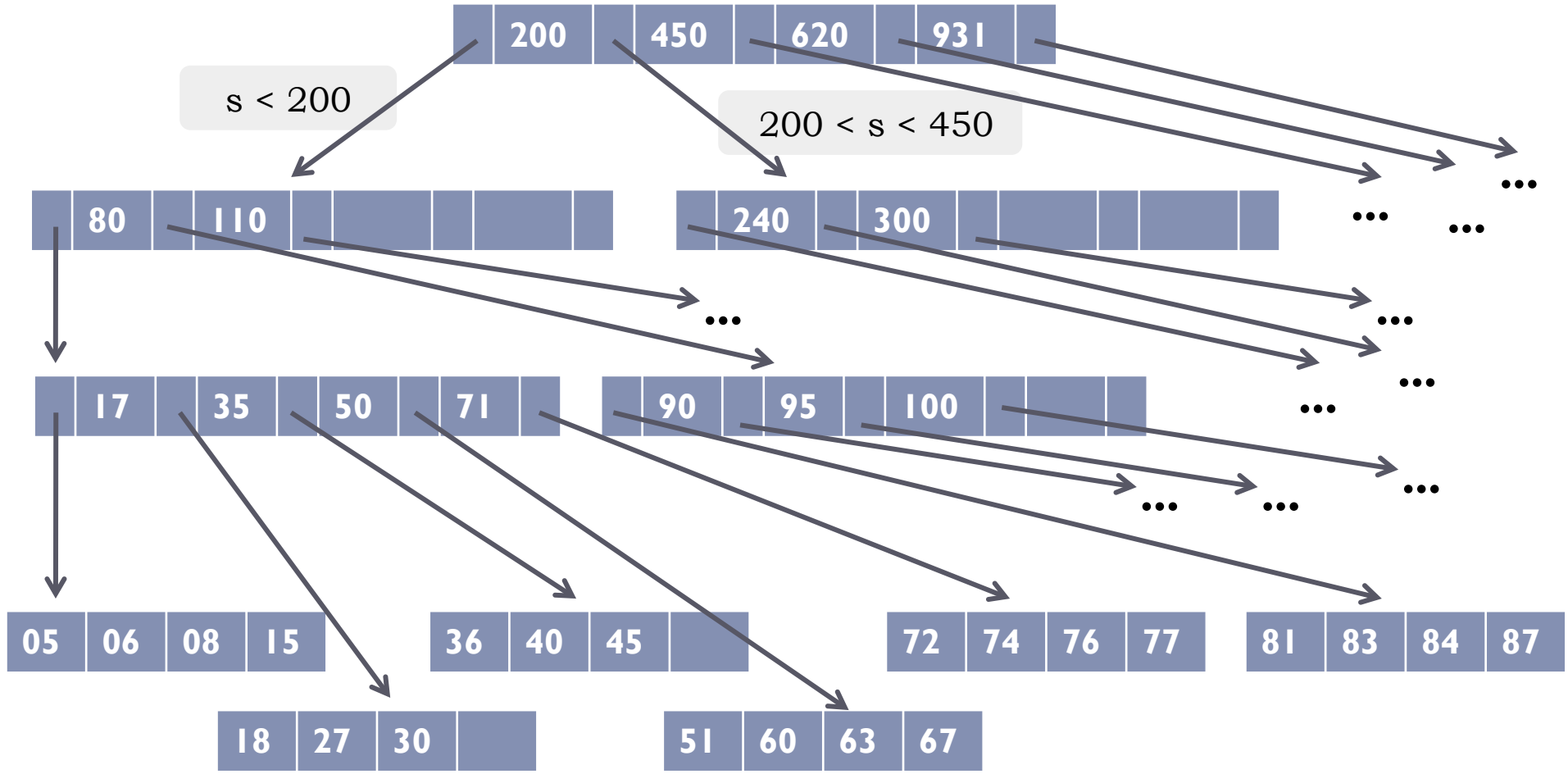

- Seja uma página **P** com **m** chaves:
  - para qualquer chave **y** pertencente à primeira página apontada por **P** (ou seja, apontada por $p_0$), $y < s_1$
  - para qualquer chave **y** pertencente à página apontada por $p_k$, $1 \leq k \leq m-1$, $s_k < y < s_{k+1}$
  - para qualquer chave **y** pertencente à página apontada por $p_m$, $y > s_m$

# Busca de uma chave x em Árvore B

1. Inicie lendo a raiz da árvore a partir do disco
2. Procure **x** dentro do nó lido (pode ser usada busca binária, pois as chaves estão ordenadas dentro do nó)
   a) Se encontrou, encerra a busca;
   b) Caso contrário, continue a busca, lendo o filho correspondente, a partir do disco
3. Continue a busca até que **x** tenha sido encontrado ou que a busca tenha sido feita em uma folha da árvore

# Árvore B: Exemplo

ordem d = 2



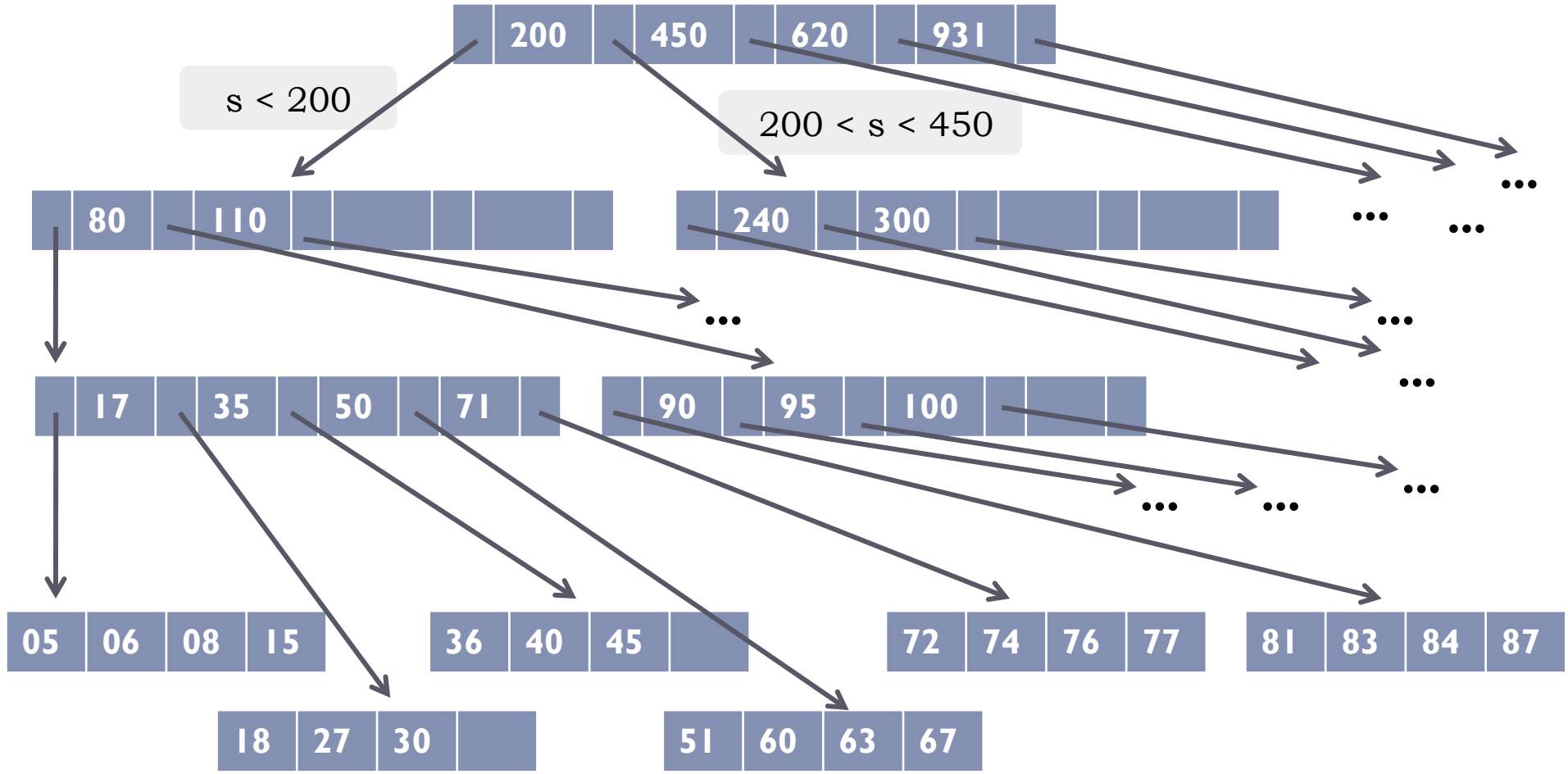



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Buscar chaves 240, 76 e 85 na árvore

# Árvore B: Exemplo

ordem d = 2






Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Algoritmo de Busca em Árvore B

- Funcionamento do algoritmo
  - Caso a chave **x** seja encontrada:
    - **encontrou** = 1
    - **pt** aponta para a página que contém a chave
    - **pos** aponta para a posição em que a chave se encontra dentro da página
  - Caso a chave **x** não seja encontrada:
    - **encontrou** = 0
    - **pt** aponta para a última página examinada
    - **pos** informa a posição, nessa página, onde a chave deveria estar inserida



Fonte: Algoritmo 5.3, pag 133

# Algoritmo de Busca em Árvore B

```
procedimento buscaB(x, pt, encontrou, pos)
p:= ptraiz;   pt:= λ;  encontrou := 0;
enquanto p ≠ λ faça
inicio
    i:= 1; pos:= 1; pt:= p
    enquanto i ≤ m faça  % m é o número de chaves que a página p contém
    inicio
        se x > p↑.s[i] então i: = i+1; pos: = i + 1
        senão inicio
                se x = p↑.s[i] então
                      p:= λ; encontrou := 1     % chave encontrada
                senão p := p↑.pont[i-1]         % mudança de página
                i:= m + 2
                fim
     fim {enquanto}
     se i = m + 1 então p:= p↑.pont[m]
fim {enquanto}
```



Fonte: Algoritmo 5.3, pag 133

# Alternativa Recursiva: Algoritmo de Busca em Árvore B

```
proc  pesquisa_árvore_B (pagina, x );
   { pagina : nodo da árvore B }
   { x: valor de chave procurado }
begin
       i ← 1;
       % m é o número de chaves armazenadas na página
       while (i ≤ m[pagina] and x < s_i[pagina])          %  pesq. sequencial no
   nodo
            do i ← i + 1;
     if  (i ≤ m[pagina] and x = s_i[pagina]) then
            return (pagina, i);                                  % retorna nodo e
   ordem da chave
     if  (pagina é folha) then
         return nil;                                  %  não encontrou
     else
       begin
          DISK-READ(p_i[pagina]);  % lê nodo filho do disco e prossegue
          return pesquisa_árvore_B (p_i[pagina], x );
end;
```



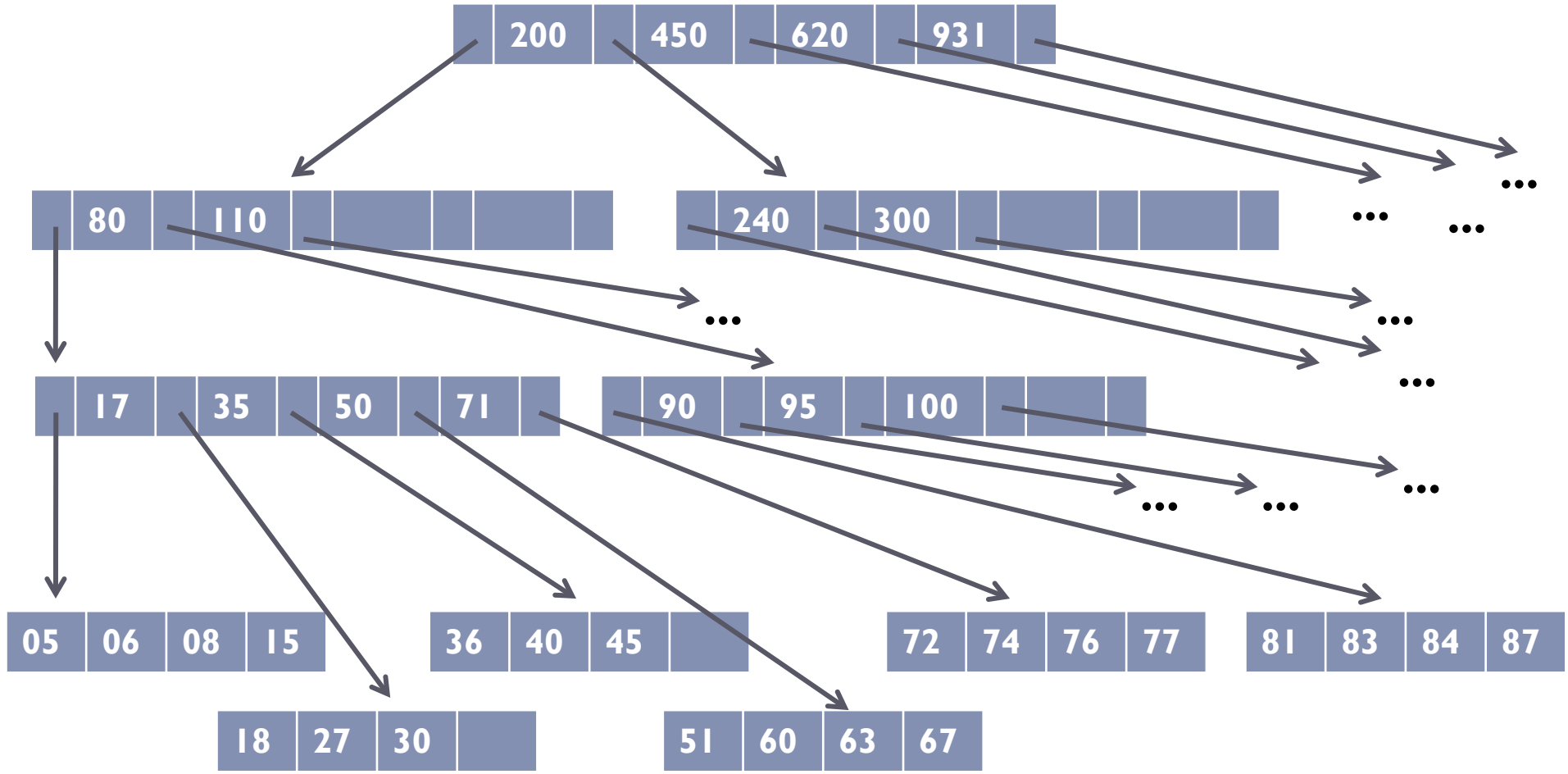
Algoritmo cedido por Renata Galante

# Inserção

- Para inserir um registro de chave **x** na árvore B
  - Executar o algoritmo buscaB
  - Se a chave for encontrada, a inserção é inválida
  - Se a chave não for encontrada:
    - Inserir a chave na posição **pos** da folha apontada por **pt**

# Árvore B: Inserção

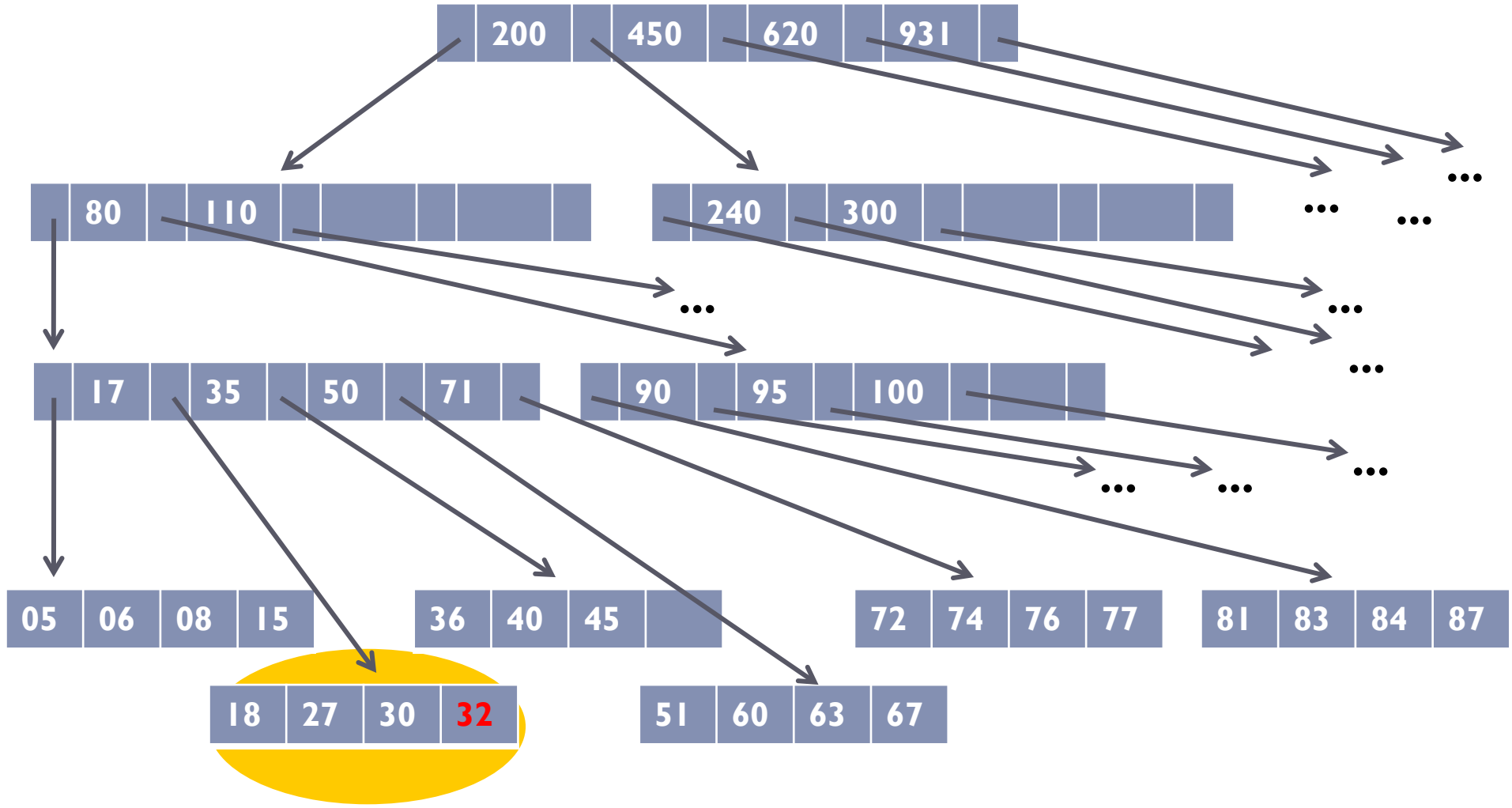
Inserir chave 32




Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Árvore B: Inserção

Inserir chave 32



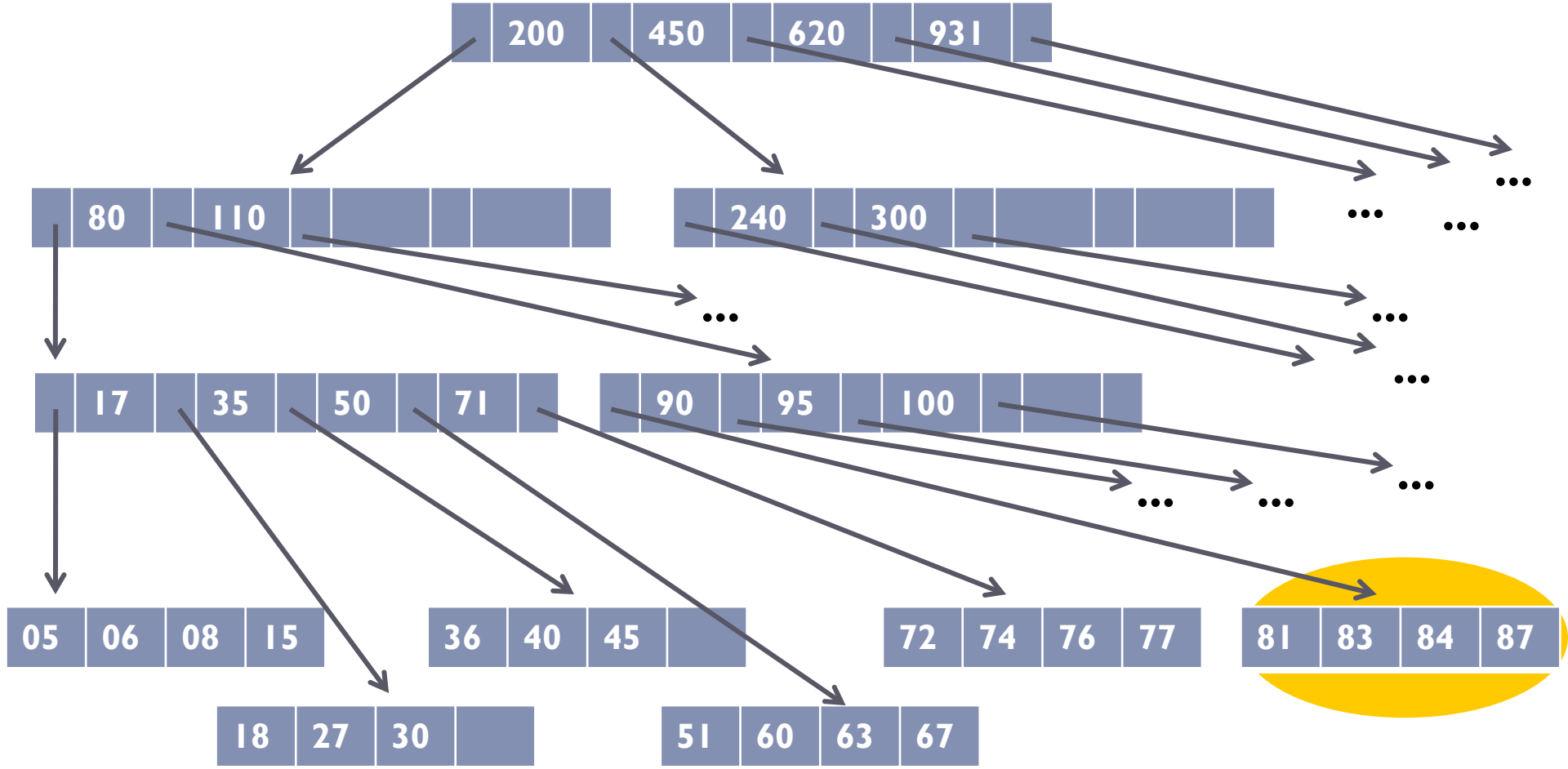



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Inserir chave 85
Inserção faria página ficar com 2d+1 chaves

# Problema: página cheia

ordem d = 2



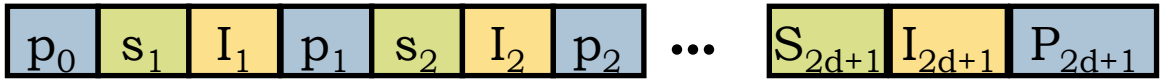



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Problema: página cheia

- É necessário reorganizar as páginas

- Ao inserir uma chave em uma página cheia, sua estrutura ficaria da seguinte forma (omitindo $I_k$ para simplificar)
  - $p_0, (s_1, p_1), (s_2,p_2), ..., (s_d,p_d), (s_{d+1},p_{d+1}), ..., (s_{2d+1}, p_{2d+1})$
  - graficamente:



# Solução

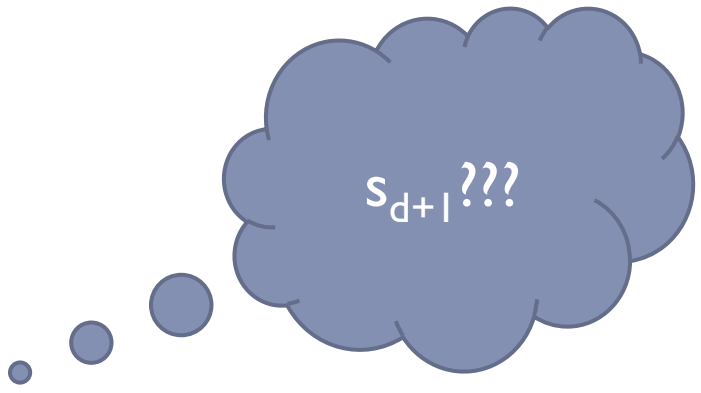
- Particionar a página em 2
  - Na página **P** permanecem **d** entradas
  - Alocar outra página, **Q**, e nela alocar as outras **d+1** entradas

- Após o particionamento
  - Estrutura da página P:
    - $p_0, (s_1, p_1), (s_2,p_2), ..., (s_d,p_d)$
  - Estrutura da página Q:
    - $p_{d+1}, (s_{d+2}, p_{d+2}) ..., (s_{2d+1}, s_{2d+1})$

# Solução

- Particionar a página em 2
  - Na página **P** permanecem **d** entradas
  - Alocar outra página, **Q**, e nela alocar as outras **d+1** entradas

- Após o particionamento
  - Estrutura da página P:
    - $p_0, (s_1, p_1), (s_2,p_2), ..., (s_d,p_d)$
  - Estrutura da página Q:
    - $p_{d+1}, (s_{d+2}, p_{d+2}) ..., (s_{2d+1}, p_{2d+1})$



# Alocação de $s_{d+1}$

- O nó W, agora também pai de Q, receberá a nova entrada **($s_{d+1}$, pt)**
  - **pt** aponta para a nova página **Q**

- Se não houver mais espaço livre em W, o processo de particionamento também é aplicado a W

# Particionamento

- **Observação importante**: particionamento se propaga para os pais dos nós, podendo, eventualmente, atingir a raiz da árvore
- O particionamento da raiz é a **única forma de aumentar a altura da árvore**

# Procedimento de Inserção

1. Aplicar o procedimento buscaB, verificando a validade da inserção
2. Se a inserção é válida, incluir a nova entrada na posição **pos** da página F apontada por **pt**
3. Verificar se a página F precisa de particionamento. Se sim, propagar o particionamento enquanto for necessário.

# Discussão sobre o algoritmo

- Inserção sempre ocorre nas folhas
- Por que?

# Discussão sobre o algoritmo

- Inserção sempre ocorre nas folhas
- Por que?
  - Porque o procedimento de busca só vai concluir que a chave não está na árvore quando chegar até uma folha
  - Desta forma, **pt sempre será uma folha**

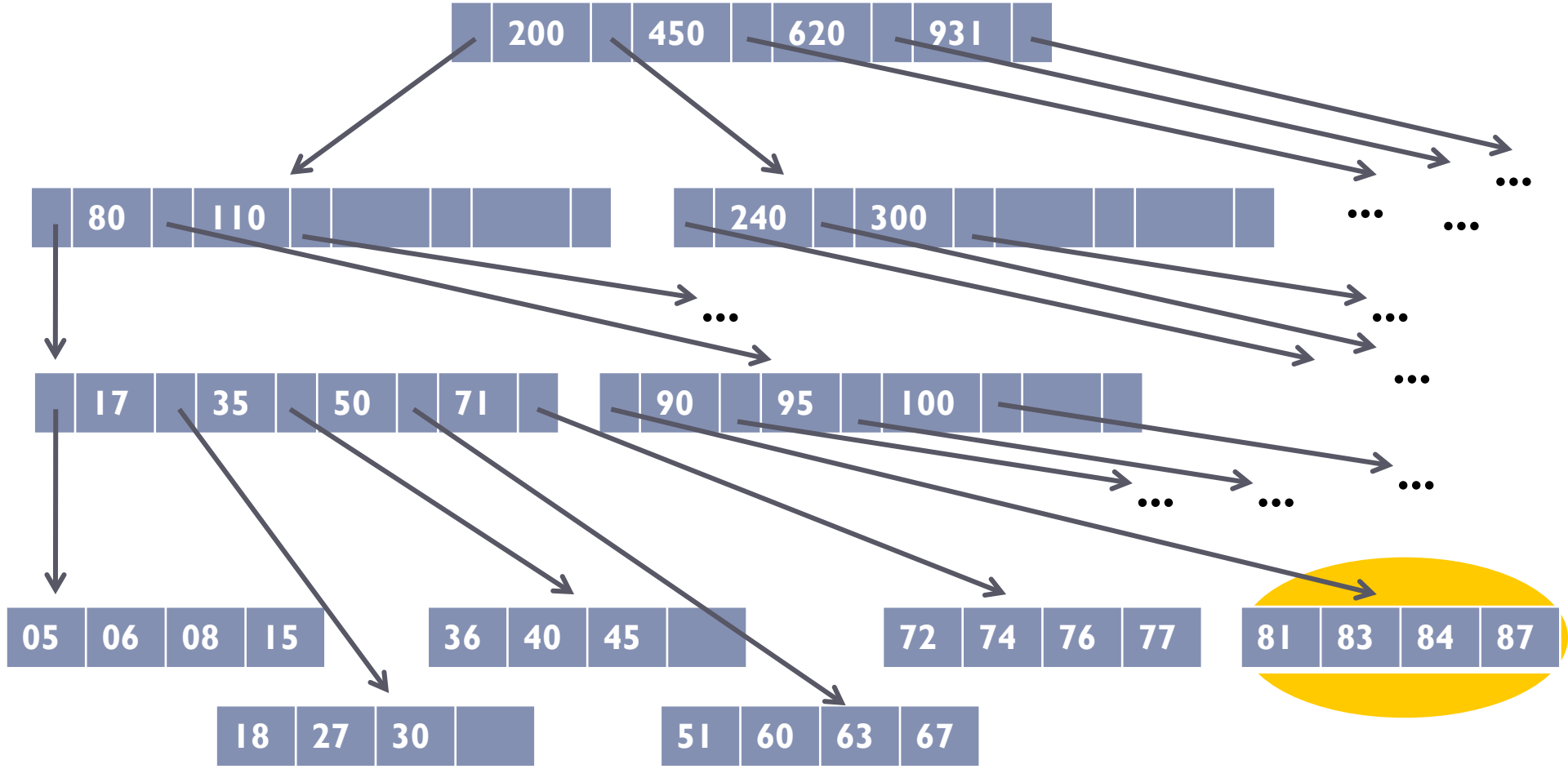
# Exemplo de Inserção com Particionamento

- Inserir chave 85

# Inserção
## c/ Particionamento

Inserir chave 85
Inserção faria página ficar com 2d+1 chaves
81; 83; 84; 85; 87

ordem d = 2



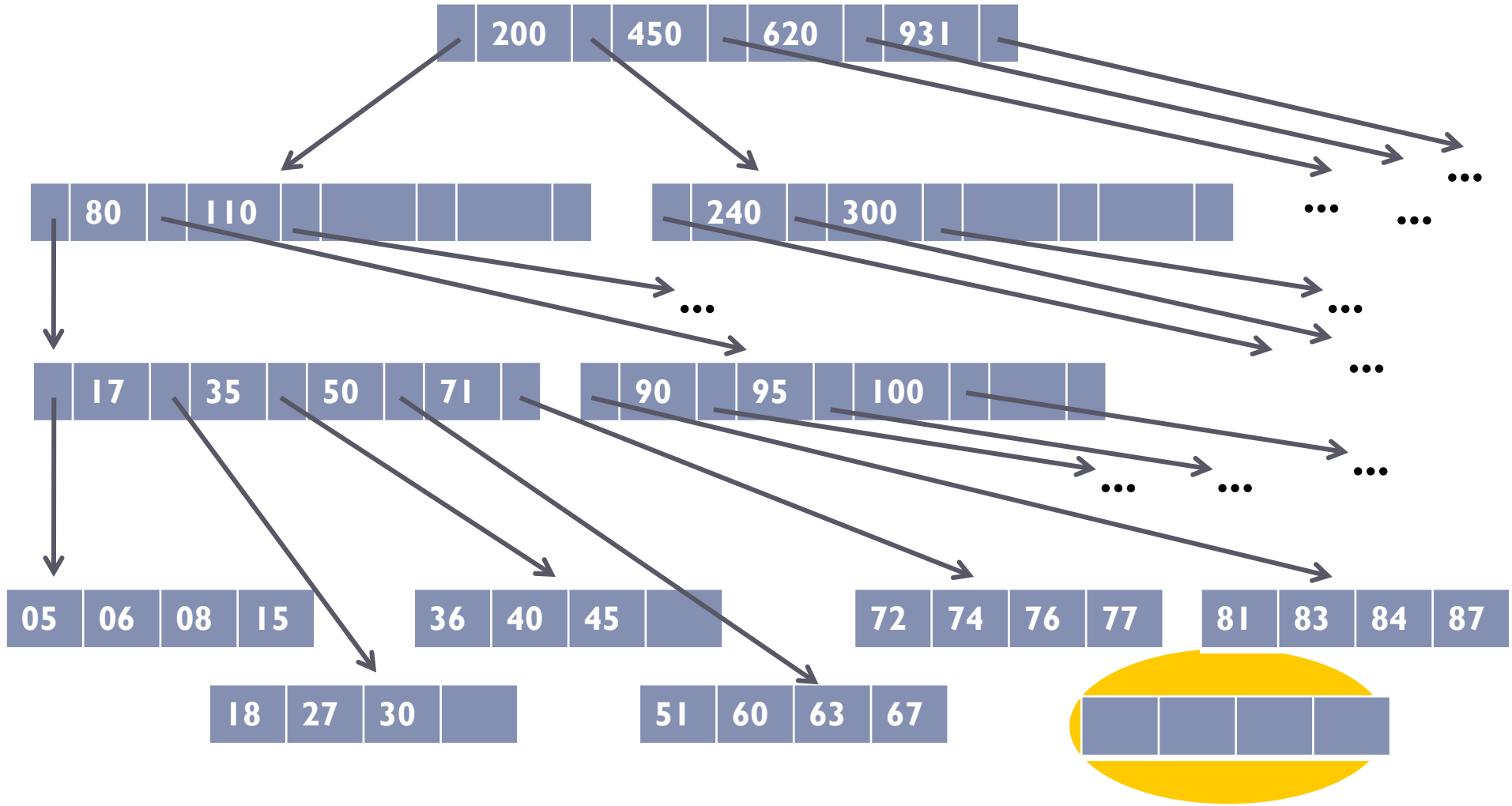

Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Criar nova página

# Inserção

## c/ Particionamento

ordem d = 2



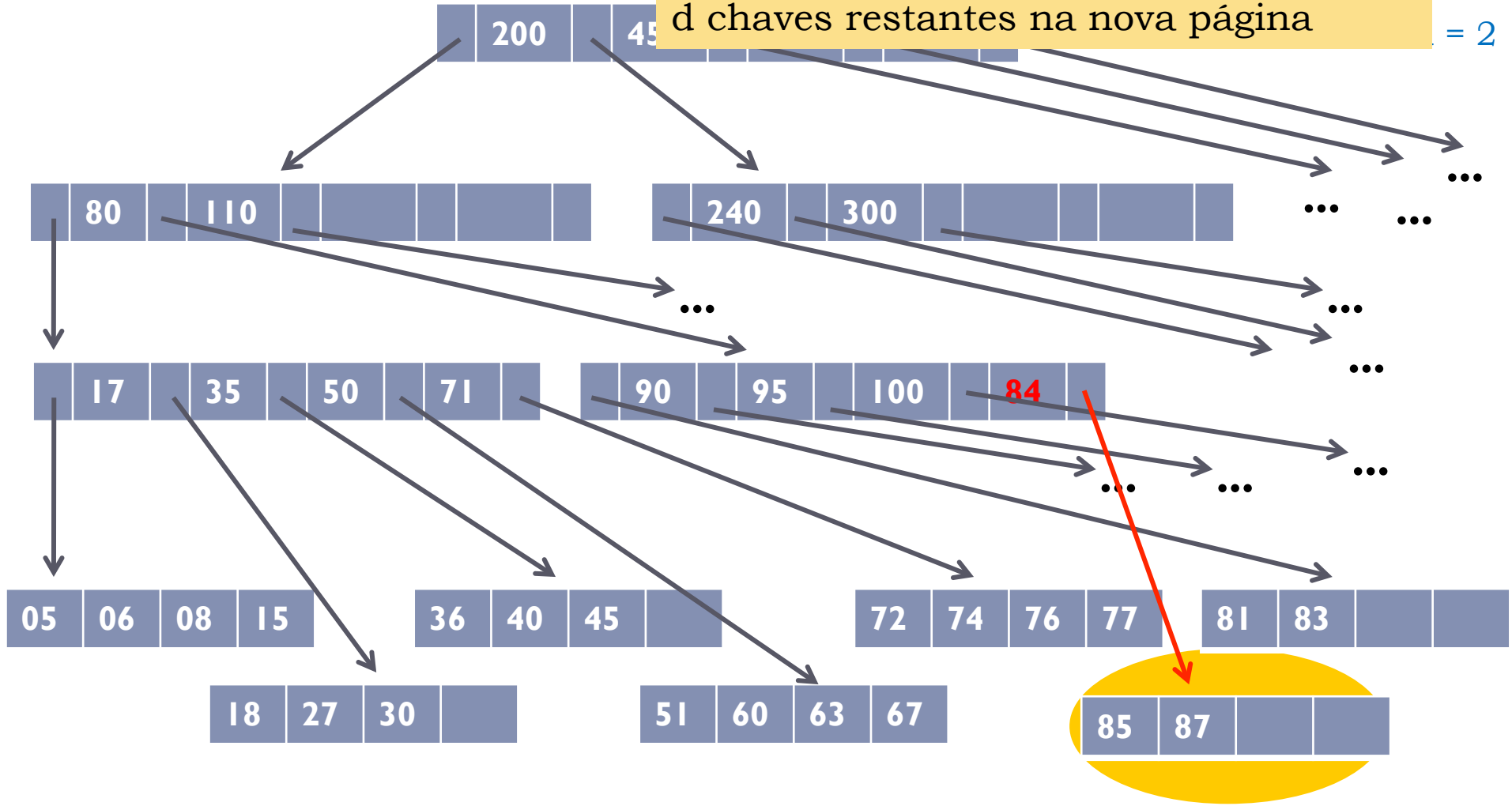



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Inserção

## c/ Particionamento

Dividir as chaves entre as duas páginas
(81; 83; 84; 85; 87)
d chaves na página original
chave d+1 sobe para nó pai
d chaves restantes na nova página

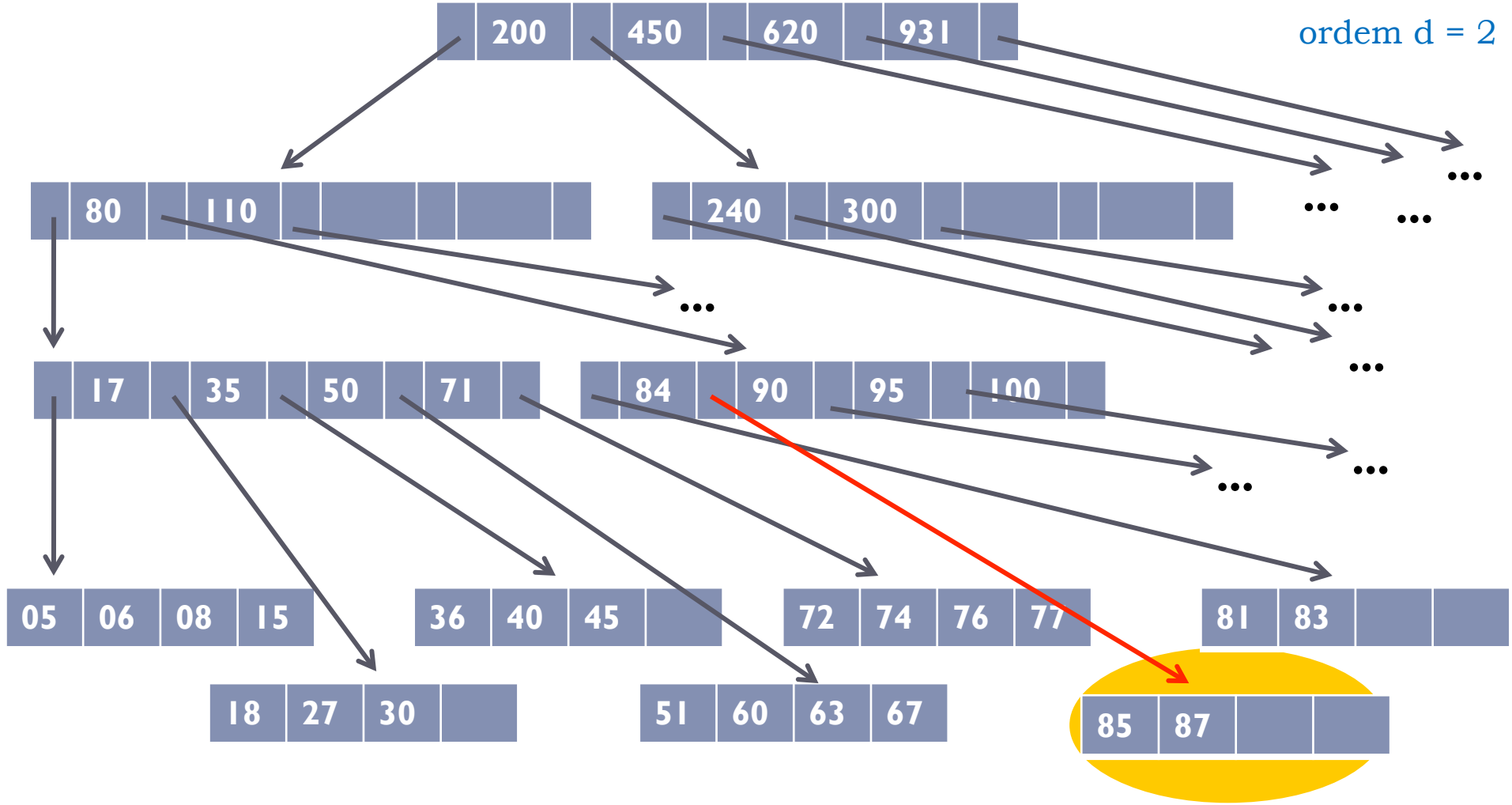



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Reorganizar página

# Inserção

## c/ Particionamento






Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

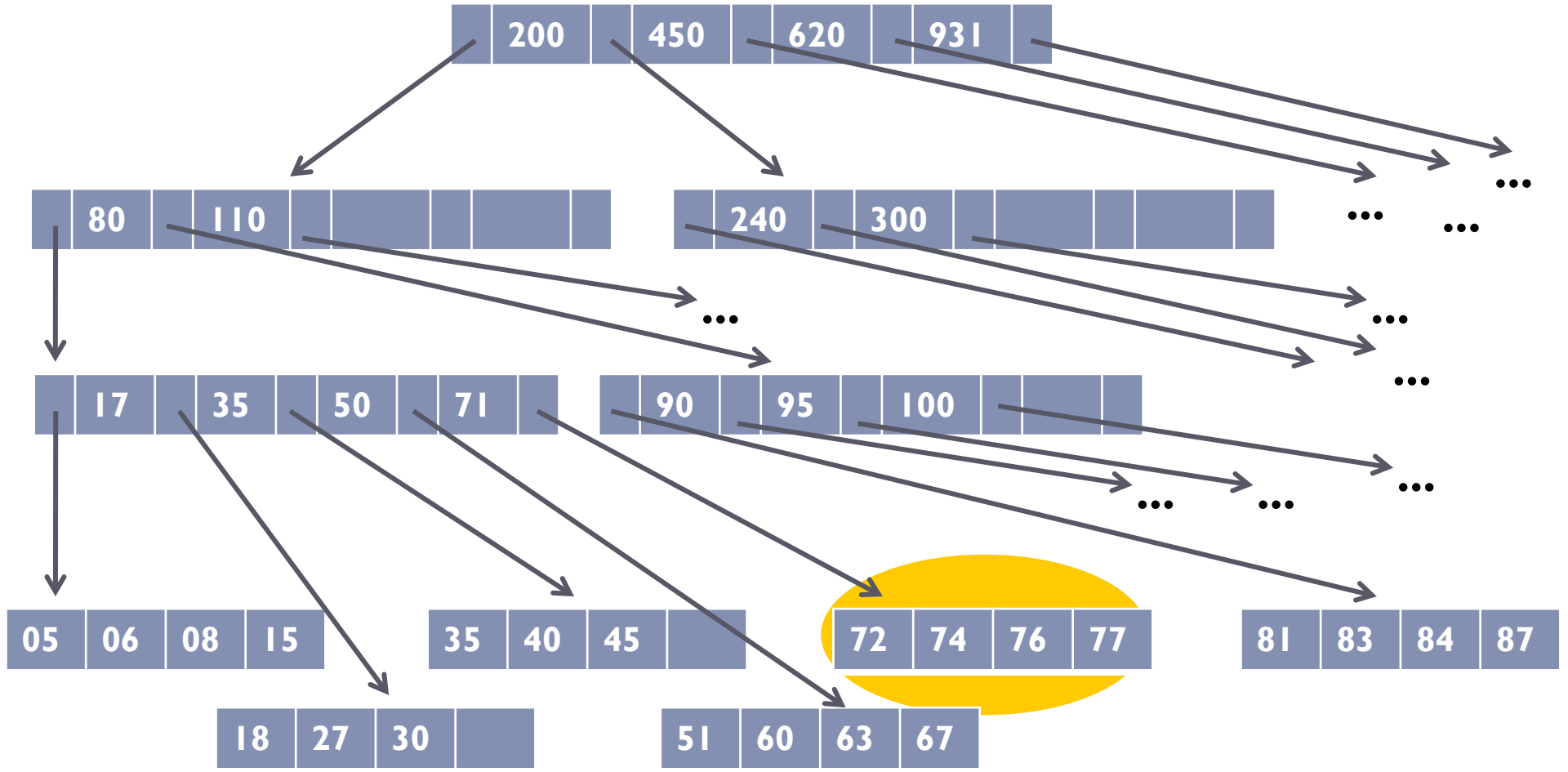
# Exemplo de propagação

- Inserir chave 73

# Inserção
## c/ Particionamento

Inserir chave 73
Inserção faria página ficar com 2d+1 chaves
72; 73; 74; 76; 77

ordem d = 2

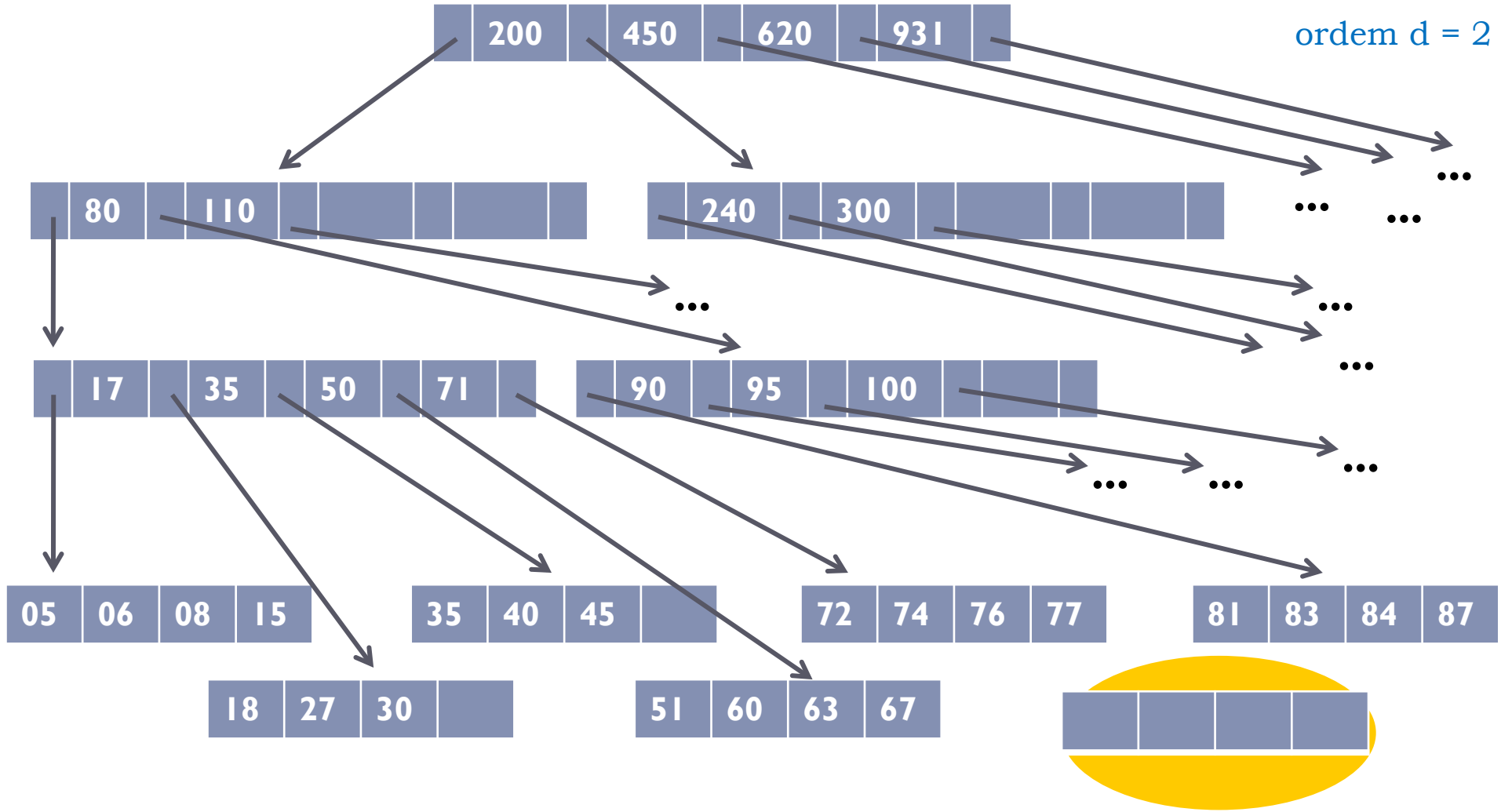





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Inserção
## c/ Particionamento

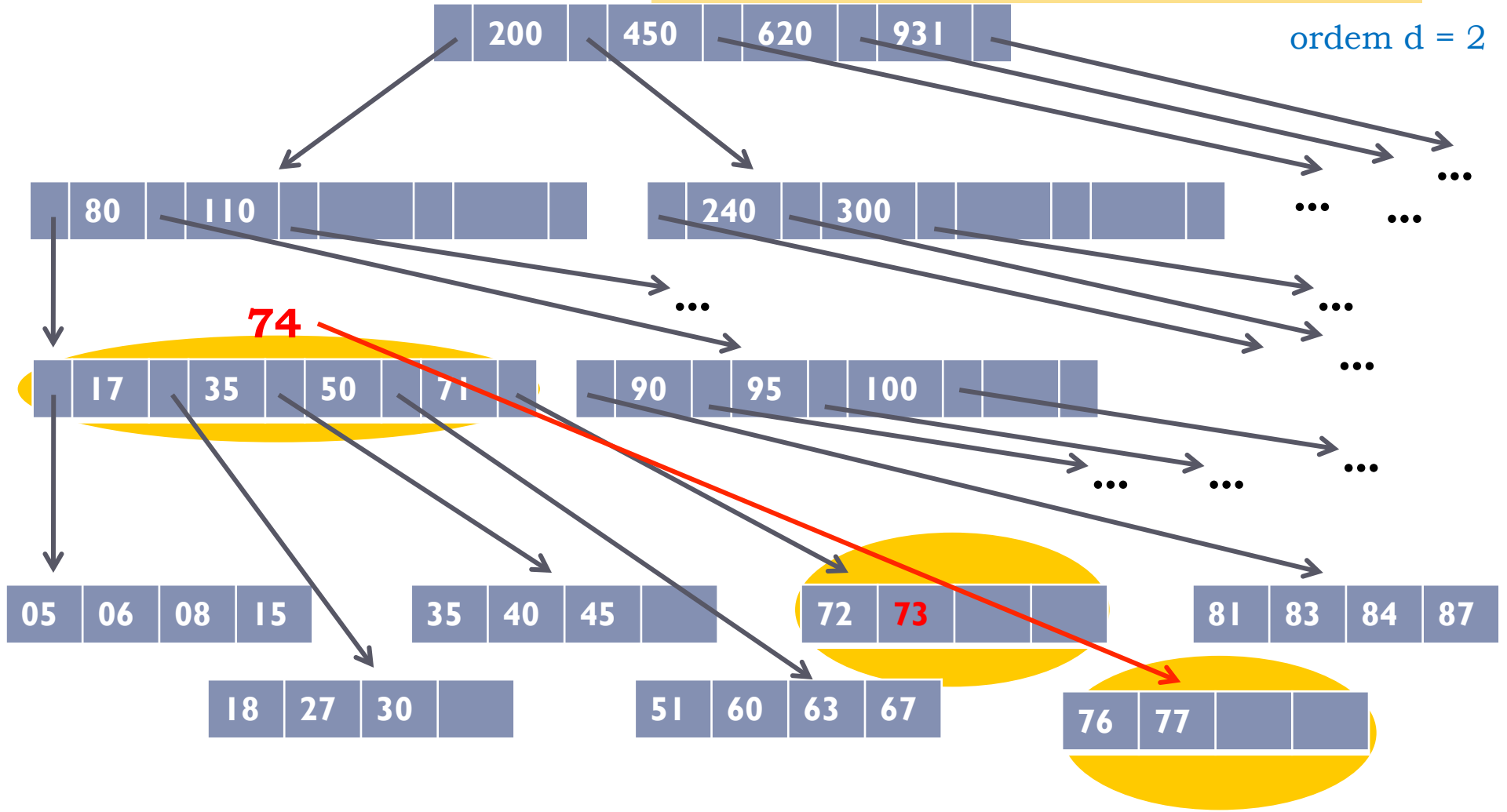
Criar nova página




Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Inserção
## c/ Particionamento

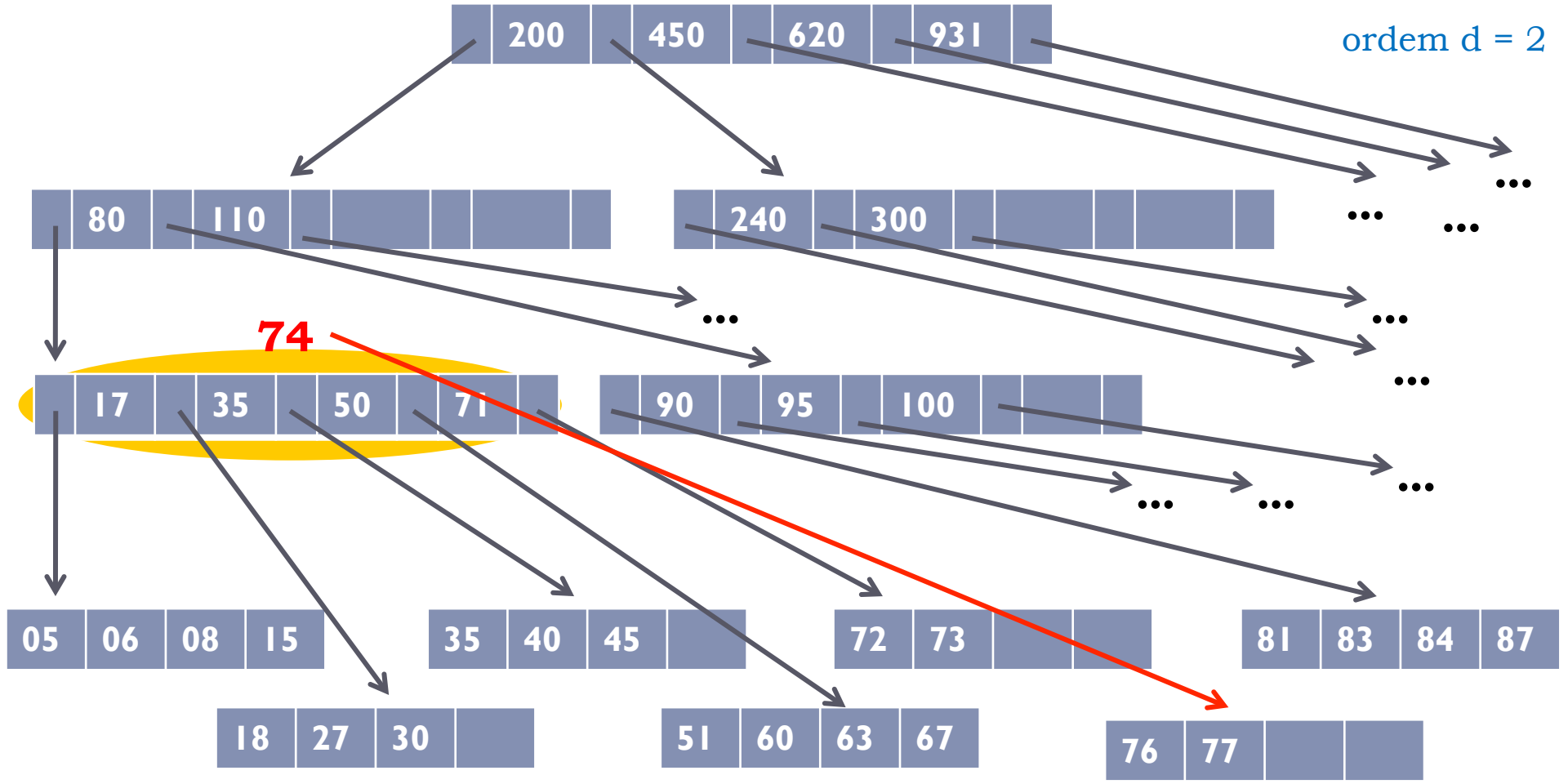
Dividir as chaves entre as duas páginas
d chaves na página original
chave d+1 sobe para nó pai
d chaves restantes na nova página




Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Inserção
## c/ Particionamento

Não há espaço: particionar nó
17; 35; 50; 71; 74

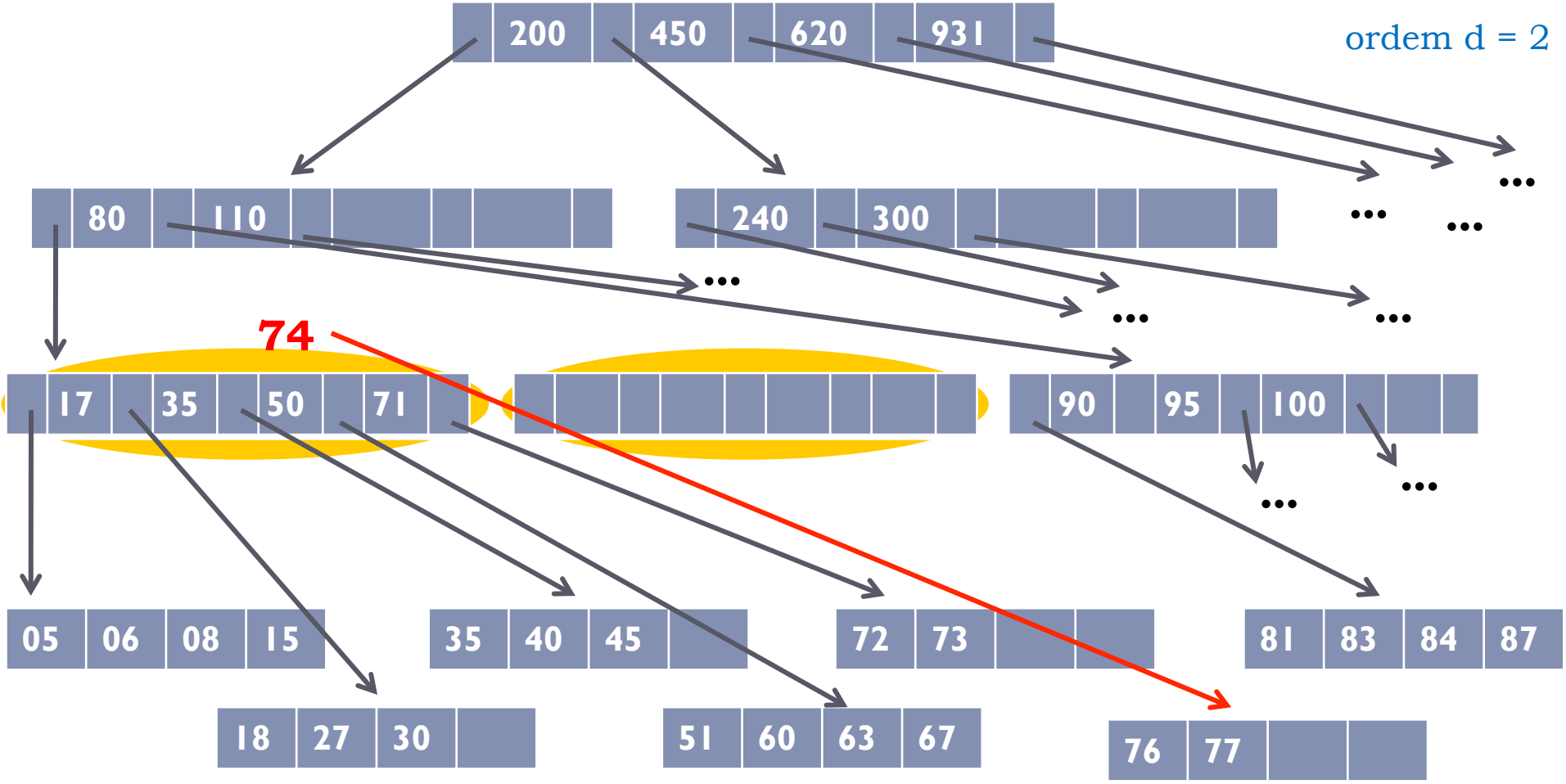



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Criar nova página

# Inserção

## c/ Particionamento

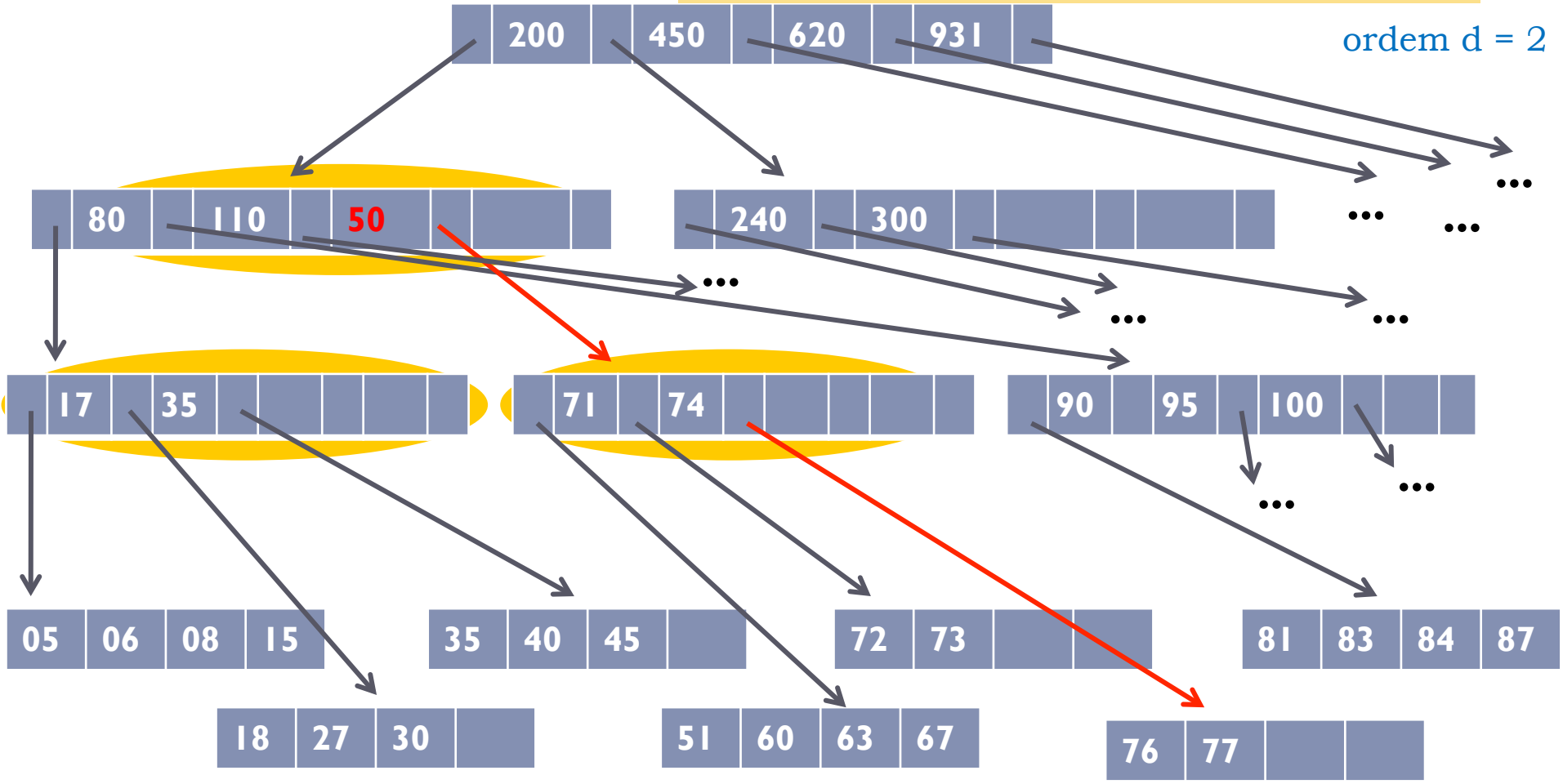





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Inserção
## c/ Particionamento

Dividir as chaves entre as duas páginas
d chaves na página original
chave d+1 sobe para nó pai
d chaves restantes na nova página

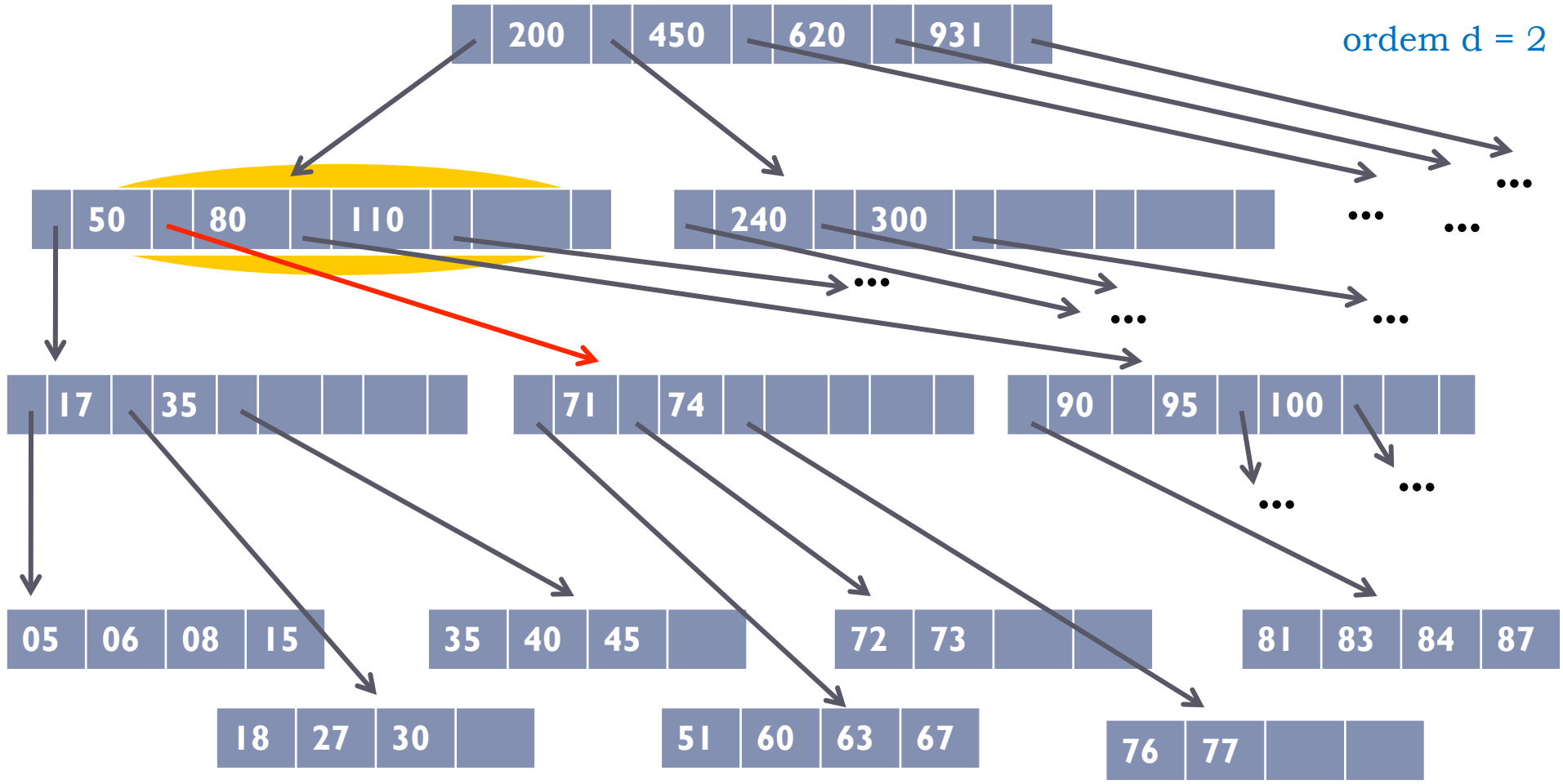





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

Reorganizar nó

# Inserção
## c/ Particionamento

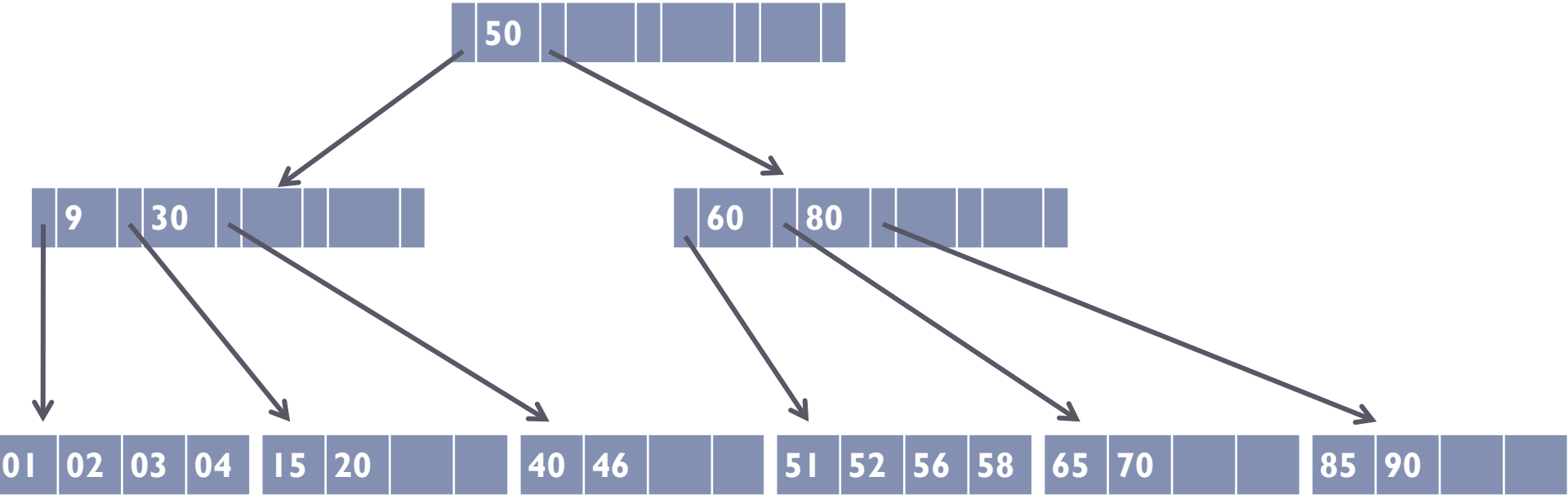





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exercício:
# Inserir chaves 57, 71, 72, 73

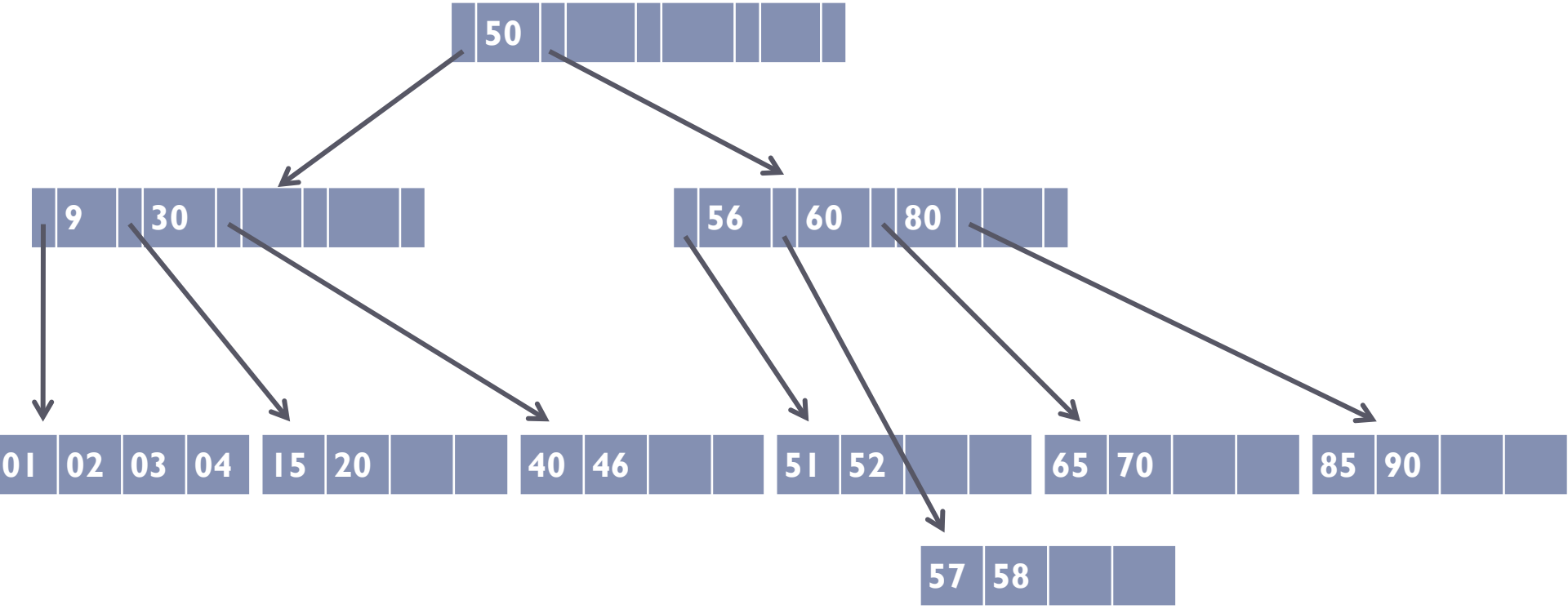
ordem d = 2



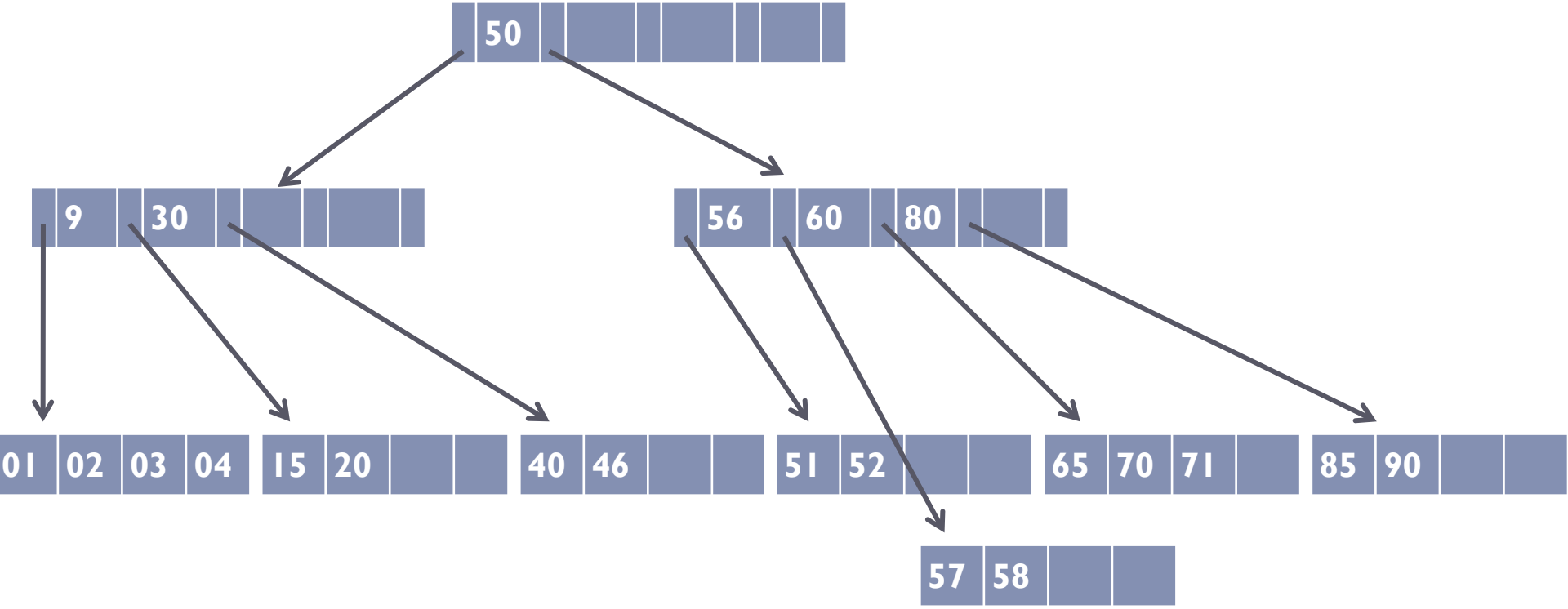



Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

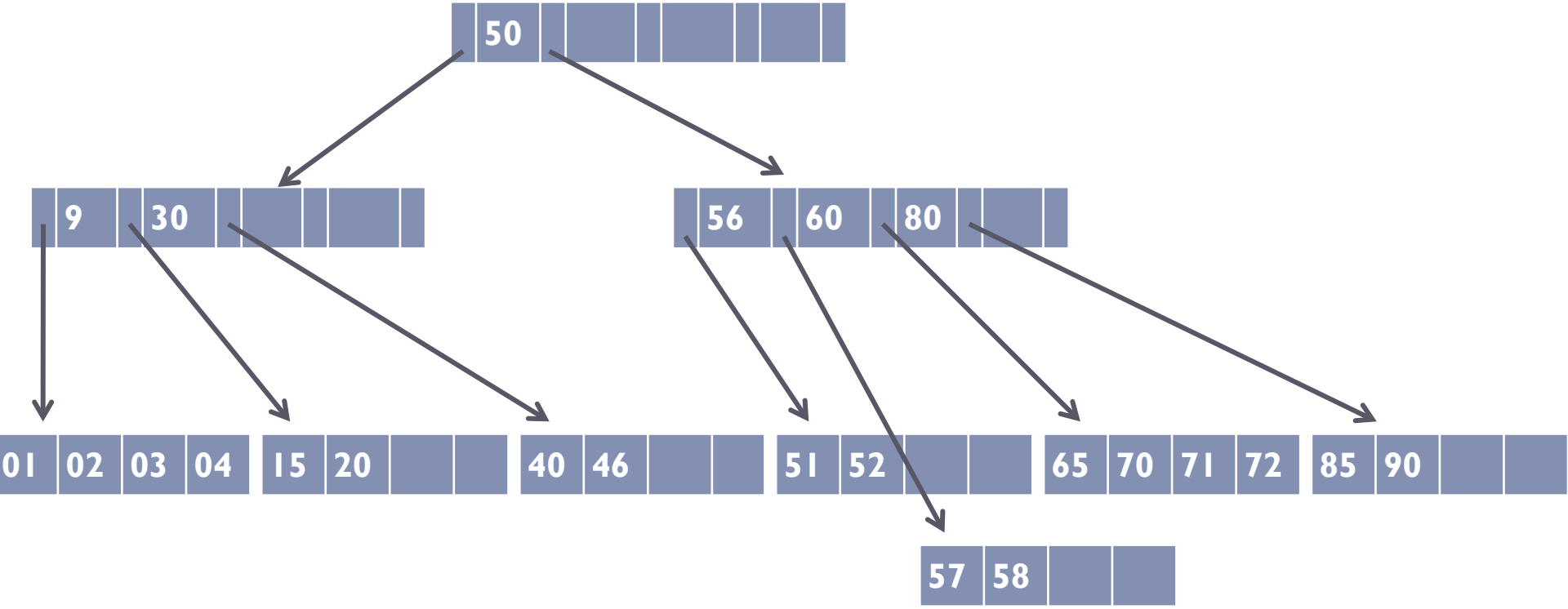
# Inserção de 57



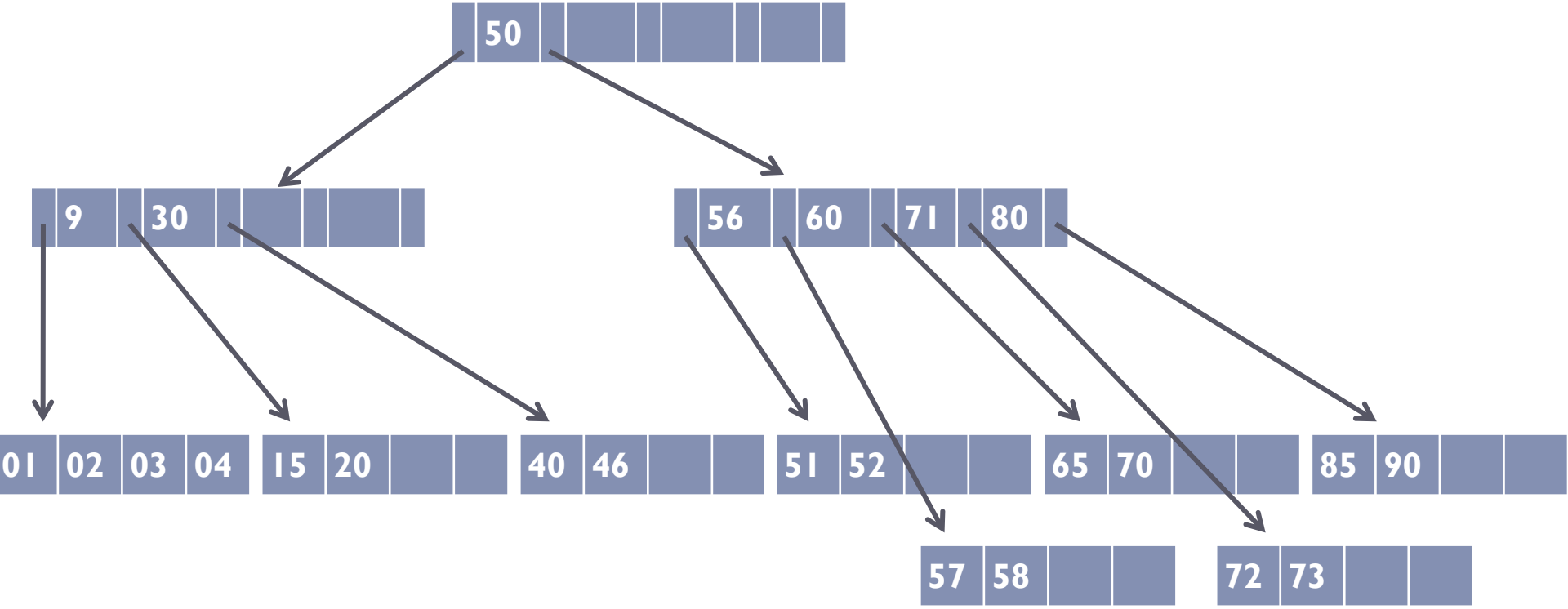
# Inserção de 71



# Inserção de 72



# Inserção de 73

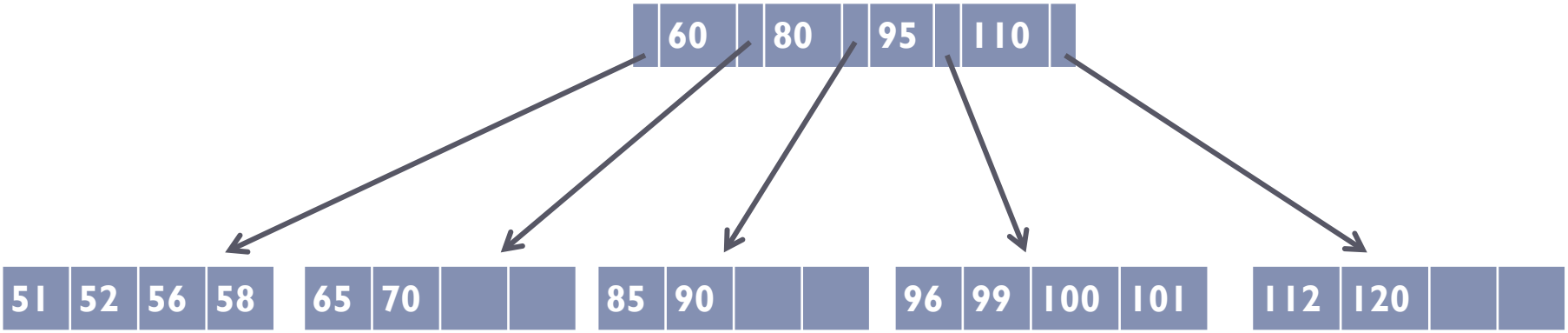


# Divisão do nó raiz

- Em alguns casos o particionamento se propaga para a raiz
- Nesse caso, o nó raiz é particionado normalmente, mas, como a raiz não tem pai, cria-se um novo nó, que passa a ser a nova raiz

# Exemplo
# Inserir chave 97

ordem d = 2

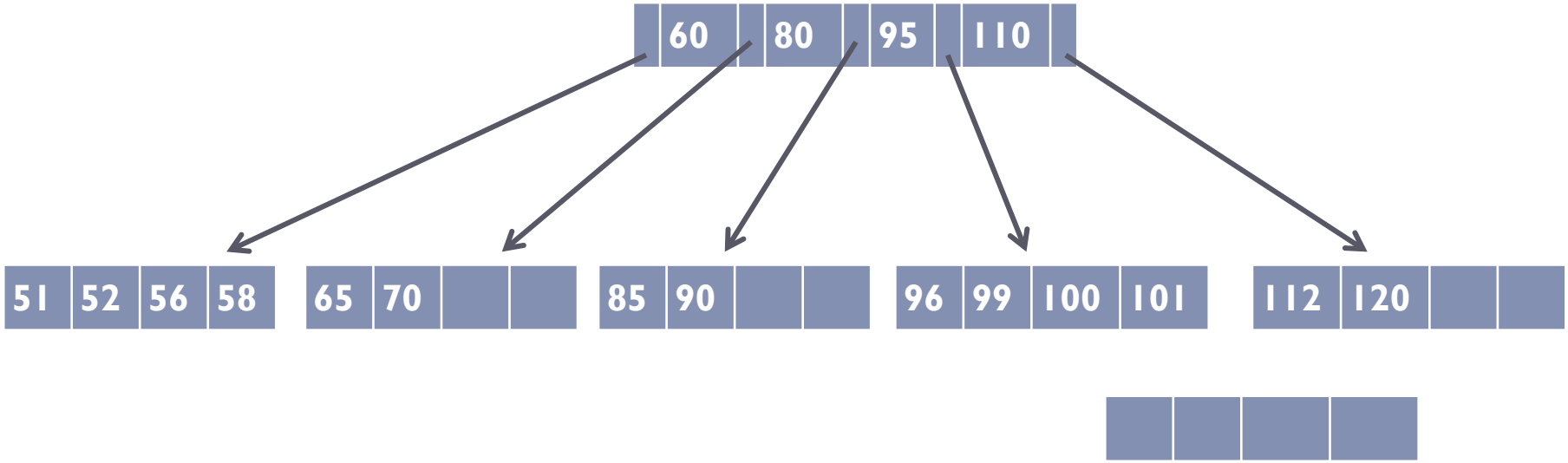





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exemplo
# Inserir chave 97

ordem d = 2

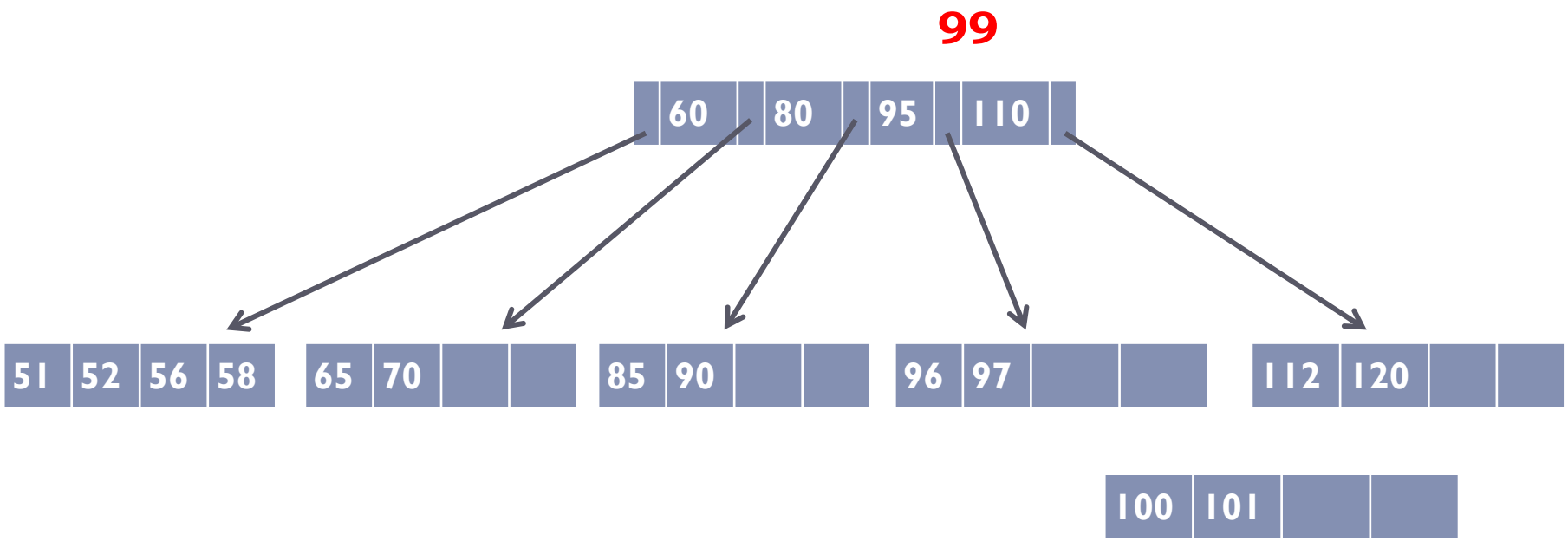





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exemplo
# Inserir chave 97

ordem d = 2

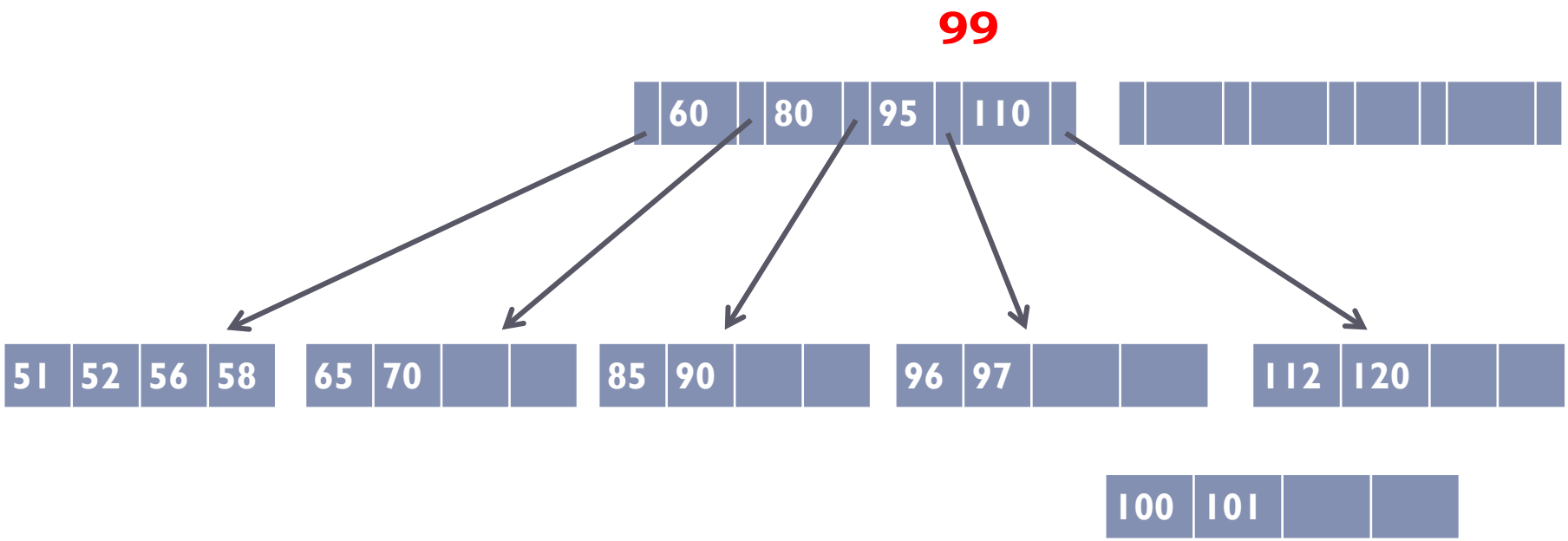





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exemplo
# Inserir chave 97

ordem d = 2

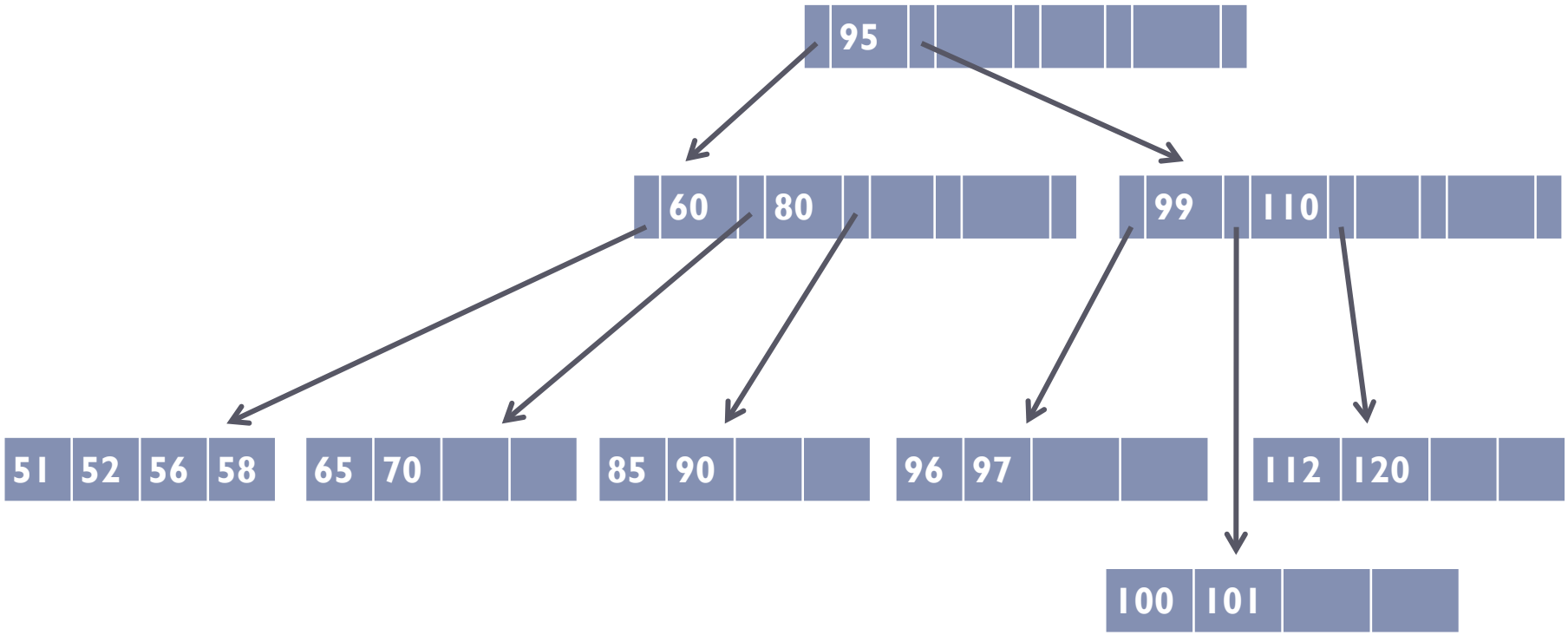





Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exemplo
# Inserir chave 97

ordem d = 2





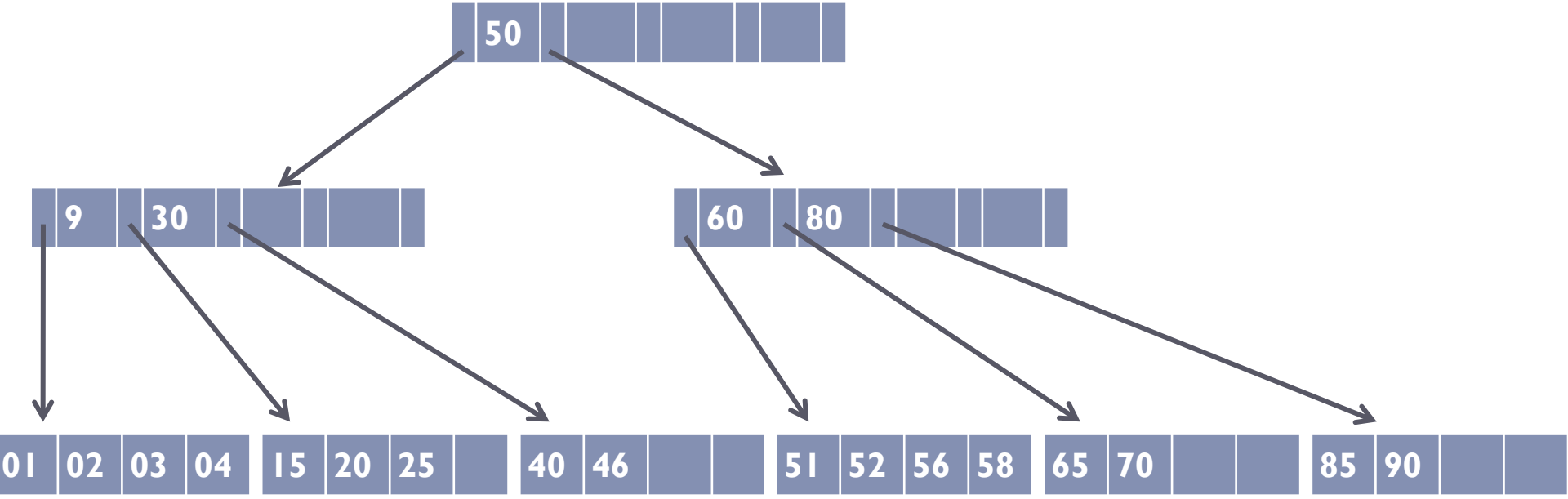

Atenção: os ponteiros dos nós folha foram omitidos por questões de legibilidade da figura. Na prática, todos apontam para NULL

# Exclusão

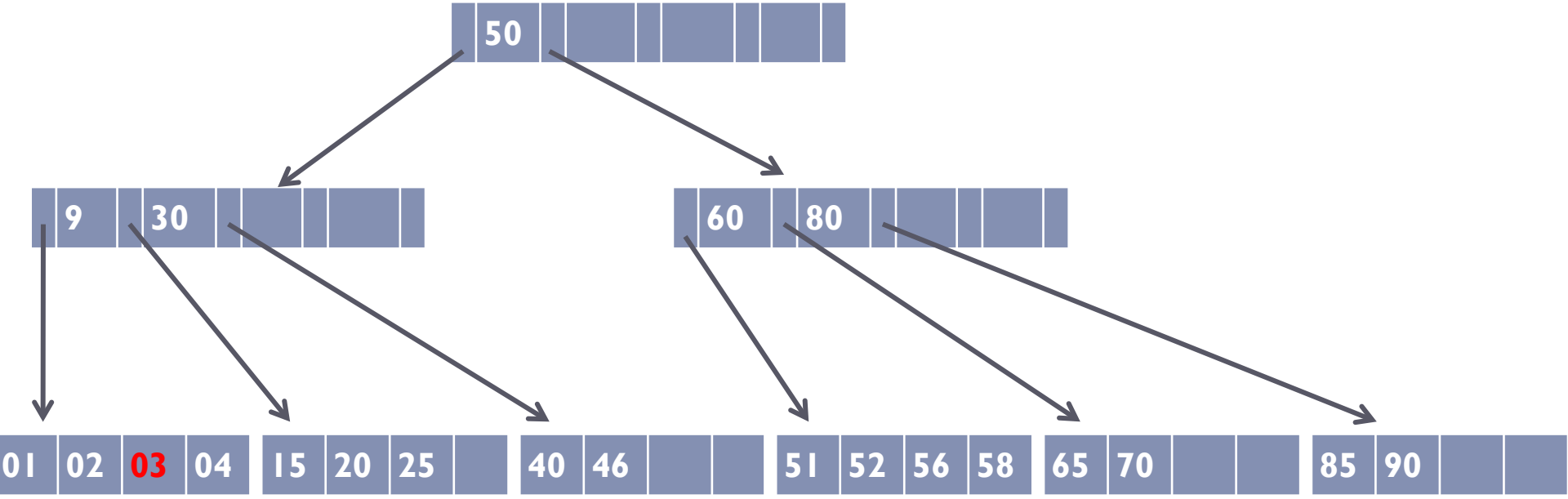
- Duas situações possíveis:
  - A entrada **x** está em um nó folha
    - Neste caso, simplesmente remover a entrada **x**
  - A entrada **x** não está em um nó folha
    - Substituir **x** pela chave **y** imediatamente maior
    - Note que **y** necessariamente pertence a uma folha, pela forma como a árvore B é estruturada

# Exemplo:
# Exclusão da chave 03

ordem d = 2

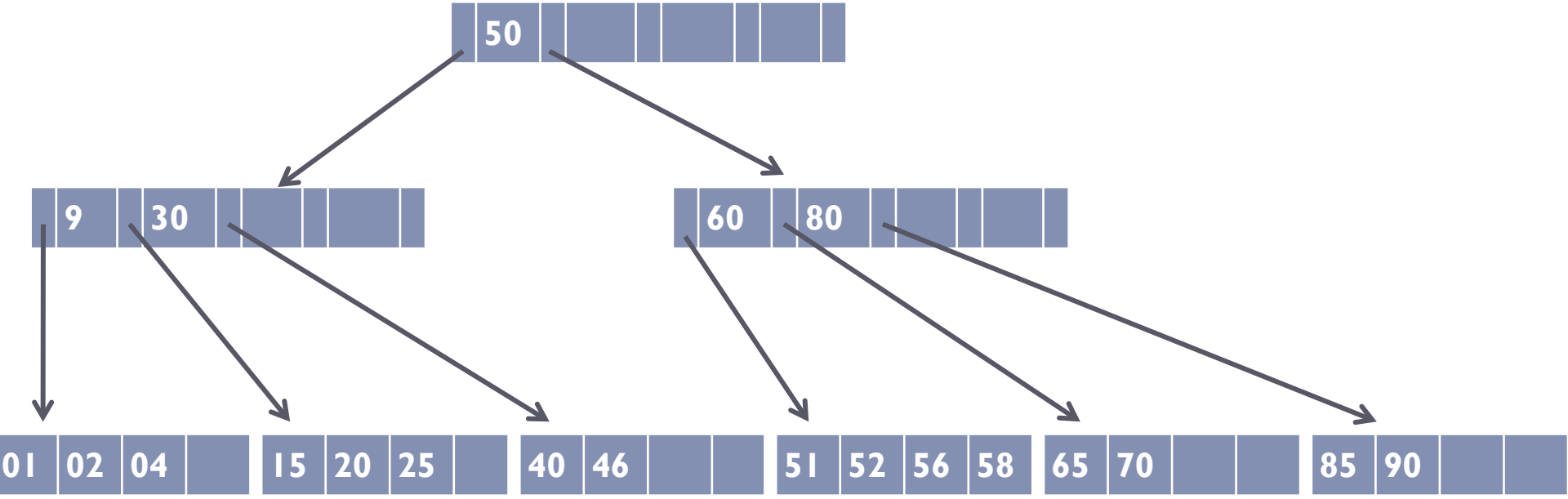


# Exemplo:
# Exclusão da chave 03



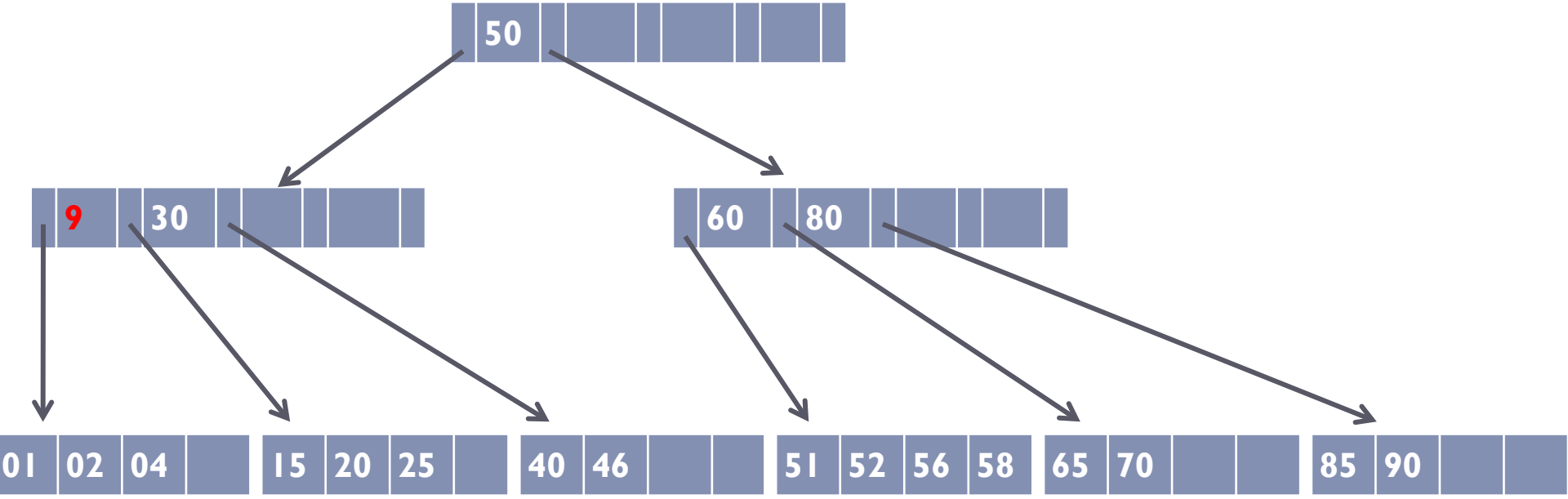
# Exemplo:
# Exclusão da chave 03

ordem d = 2



# Exemplo:
# Exclusão da chave 9

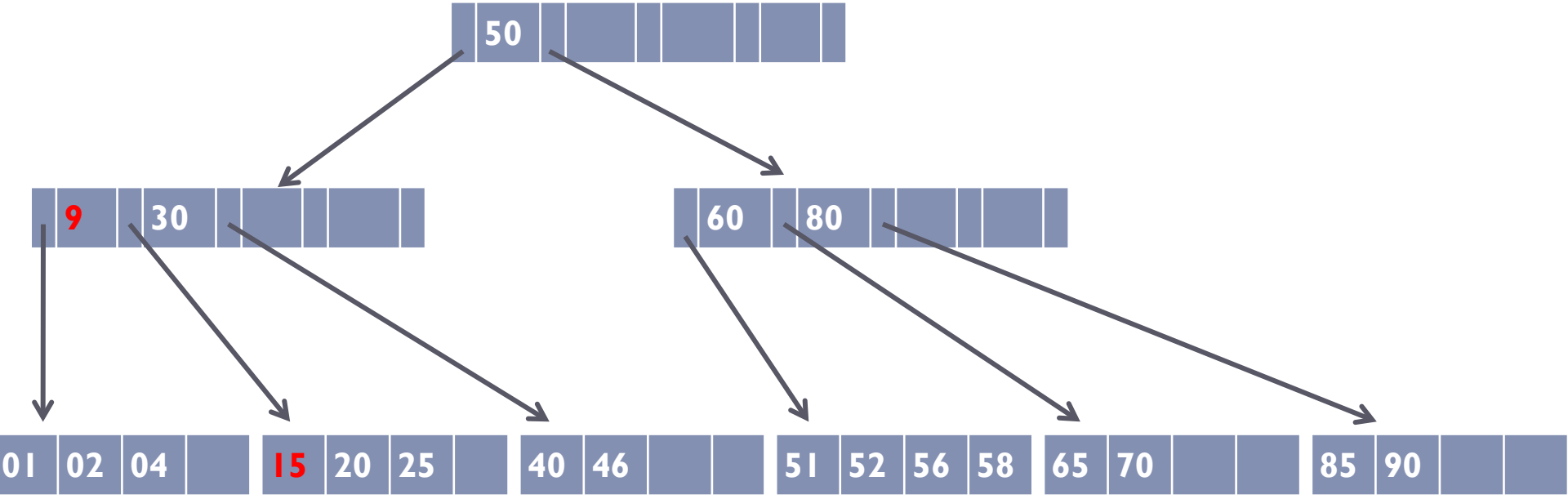
ordem d = 2




Substituir pela chave imediatamente maior

# Exemplo:
# Exclusão da chave 9

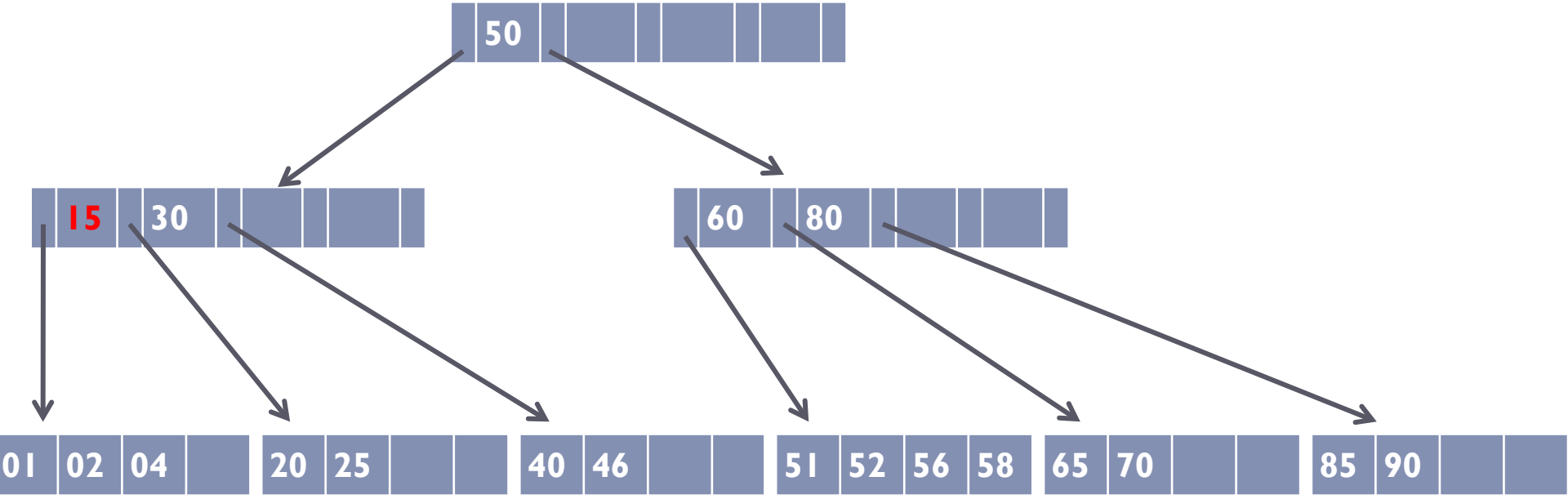
ordem d = 2




Substituir pela chave imediatamente maior

# Exemplo:
# Exclusão da chave 9

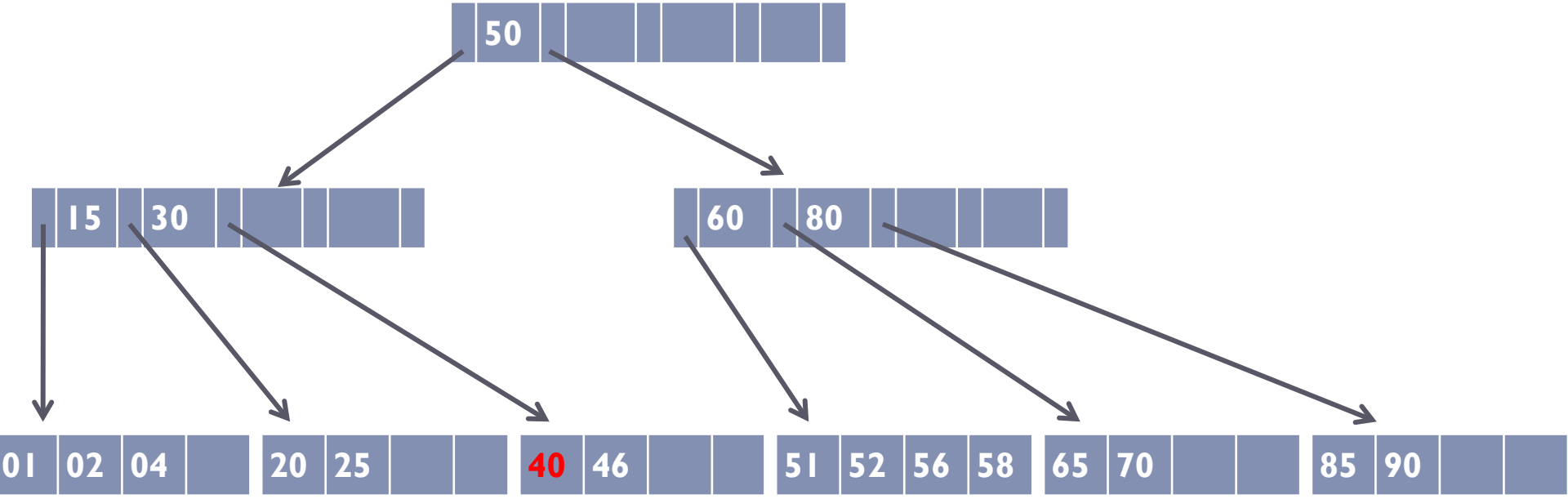
ordem d = 2




Substituir pela chave imediatamente maior

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

ordem d = 2




**Problema**: o nó ficaria com menos de d chaves, o que não é permitido

# Solução:

- Concatenação ou Redistribuição

# Concatenação

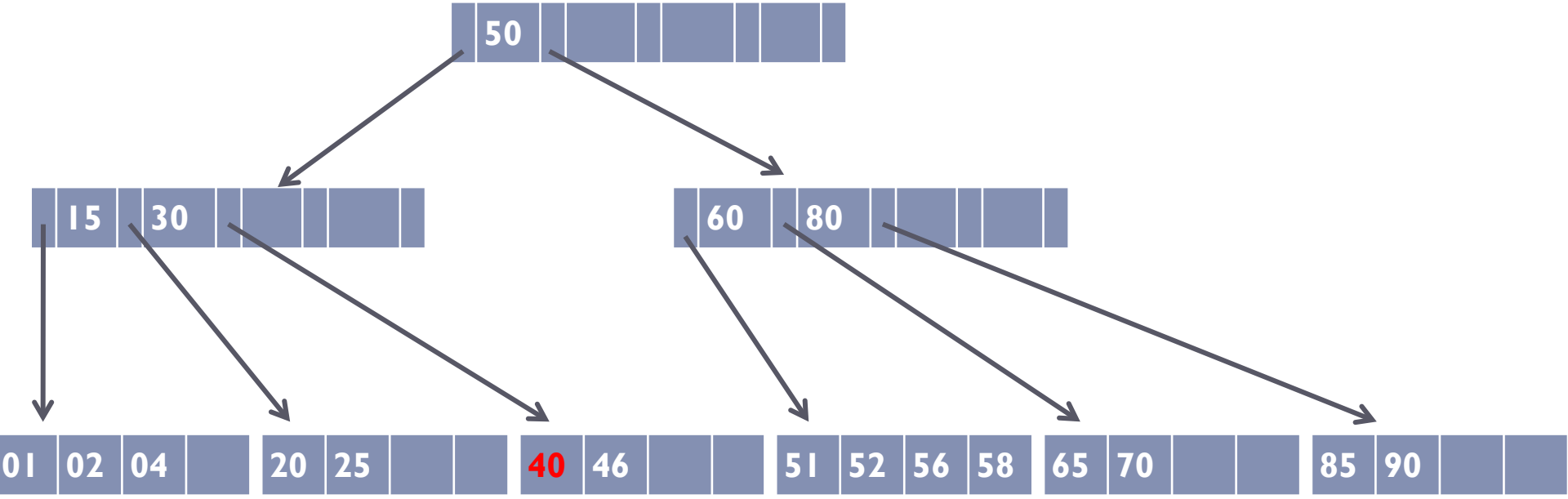
- Duas páginas **P** e **Q** são **irmãs adjacentes** se têm o mesmo pai **W** e são apontadas por dois ponteiros adjacentes em **W**
- **P** e **Q** podem ser concatenadas se:
  - são **irmãs adjacentes**; e
  - juntas possuem menos de **2d** chaves

# Operação de concatenação de P e Q

- Agrupar as entradas de **Q** em **P**
- Em **W**, pegar a chave $s_i$ que está entre os ponteiros que apontam para **P** e **Q**, e transferi-la para **P**
- Em **W**, eliminar o ponteiro $p_i$ (ponteiro que ficava junto à chave $s_i$ que foi transferida)

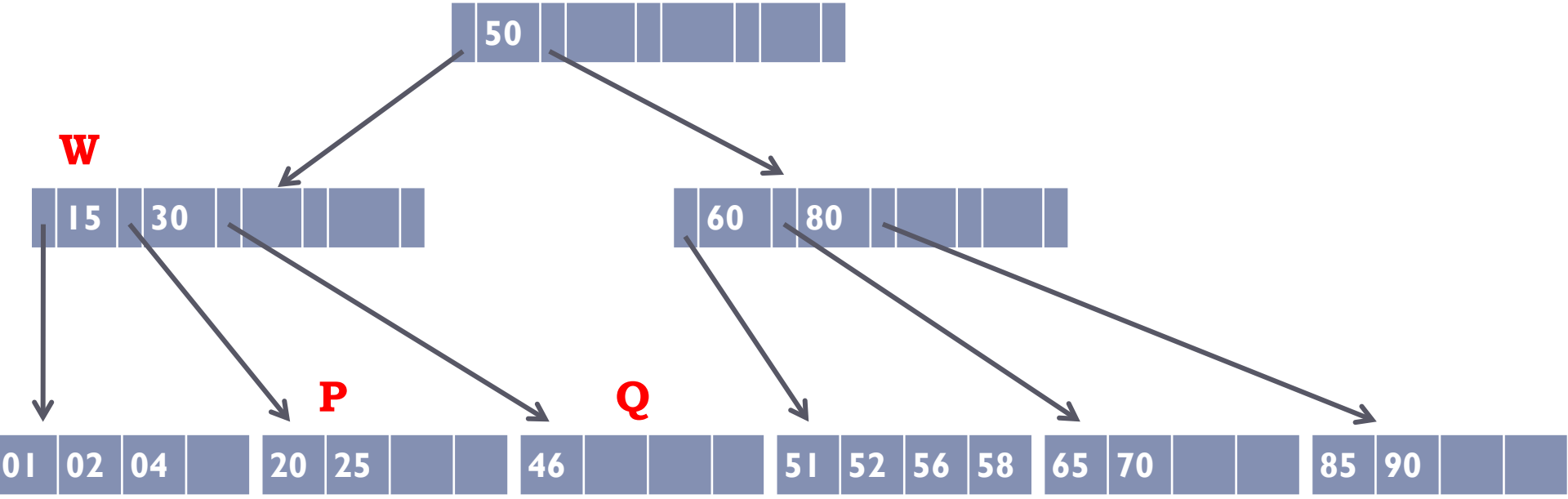
# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

ordem d = 2



# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

ordem d = 2

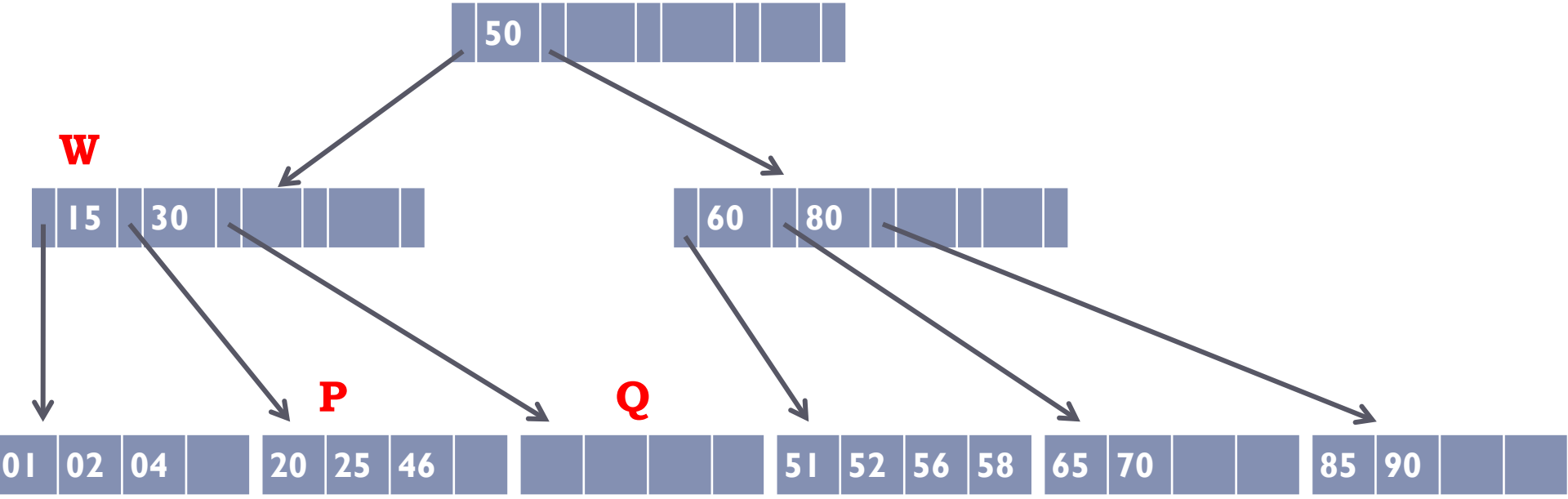



Página Q ficou com menos de d chaves

Página P e Q são irmãs adjacentes
Soma de chaves de P e Q < 2d
CONCATENAR P e Q

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

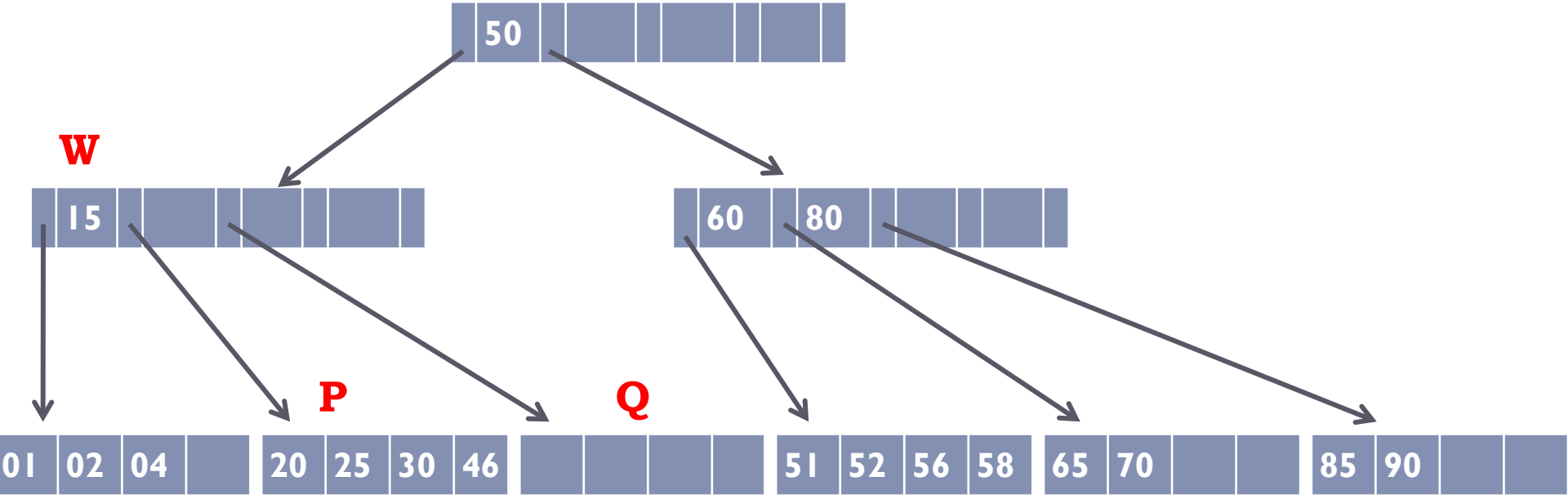
ordem d = 2




Transferir dados de Q para P

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

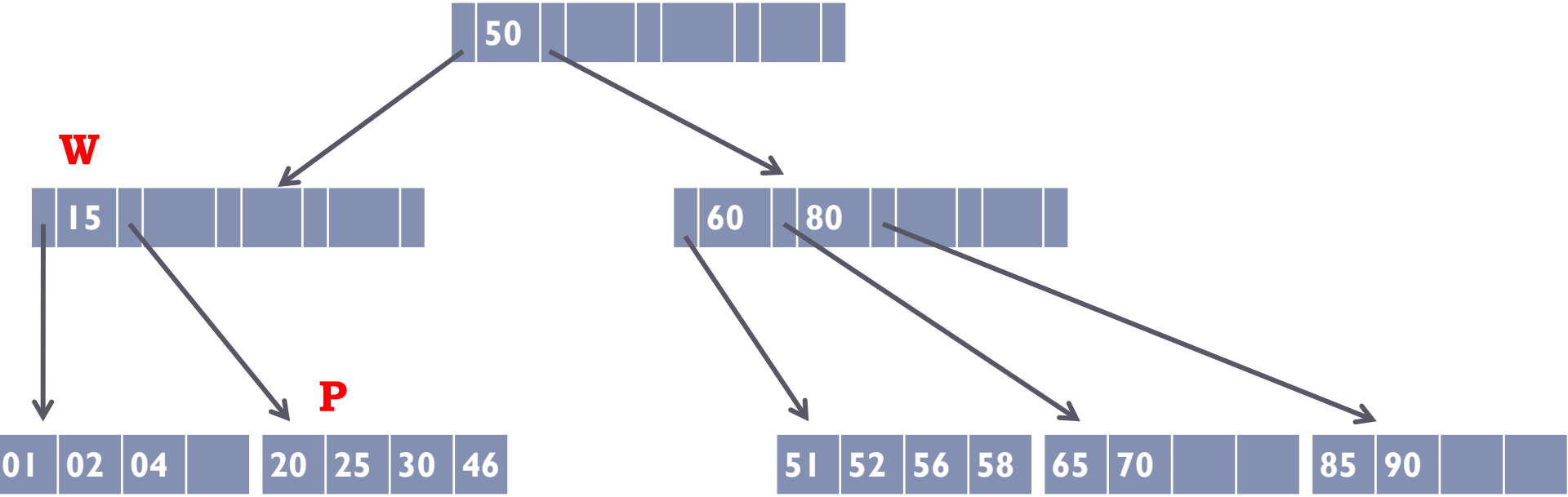
ordem d = 2




Transferir chave que separa os ponteiros de P e Q em W para P

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

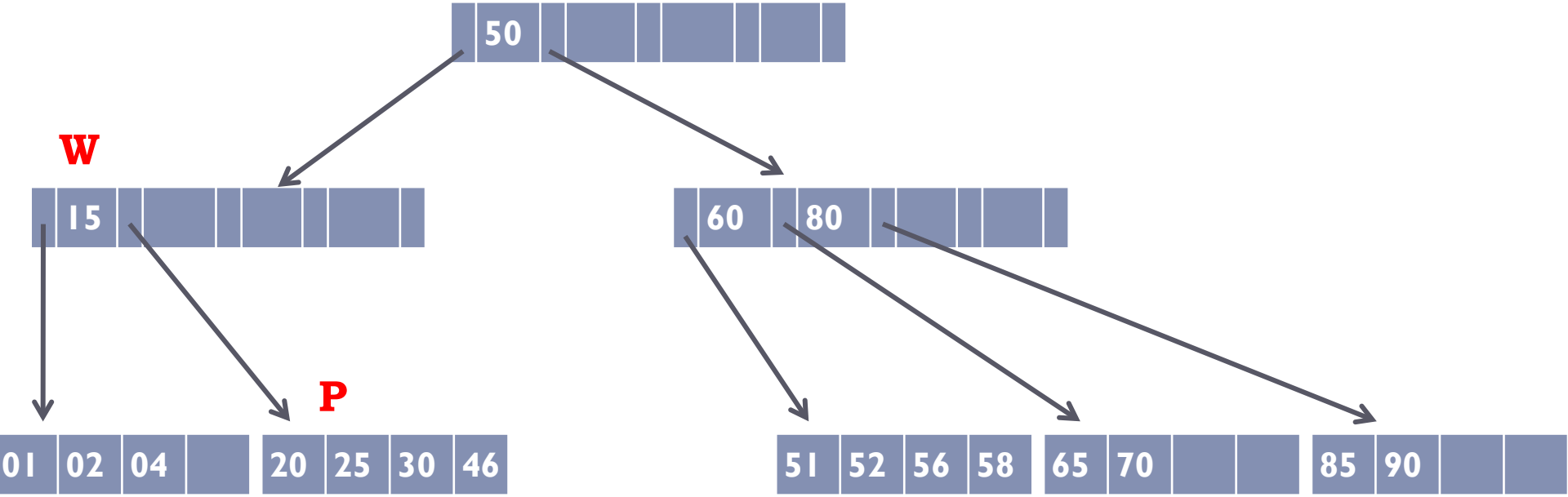
ordem d = 2




Eliminar página Q e ponteiro

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

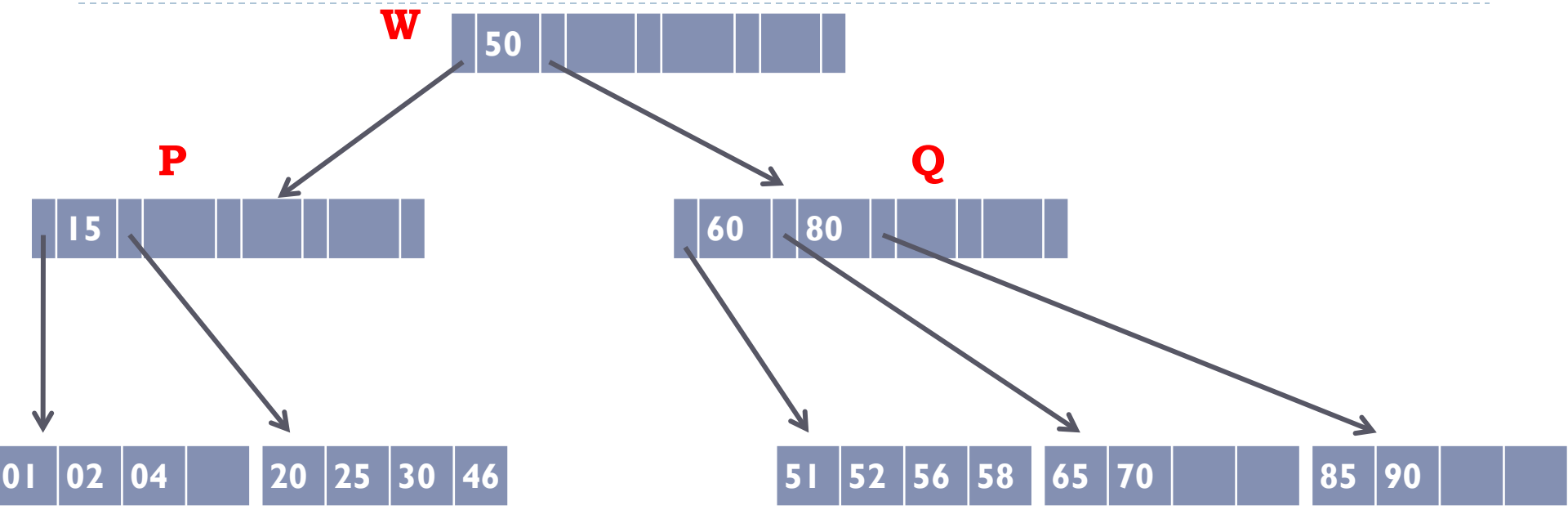
ordem d = 2




Página W ficou com menos de d chaves
necessário propagar operação

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

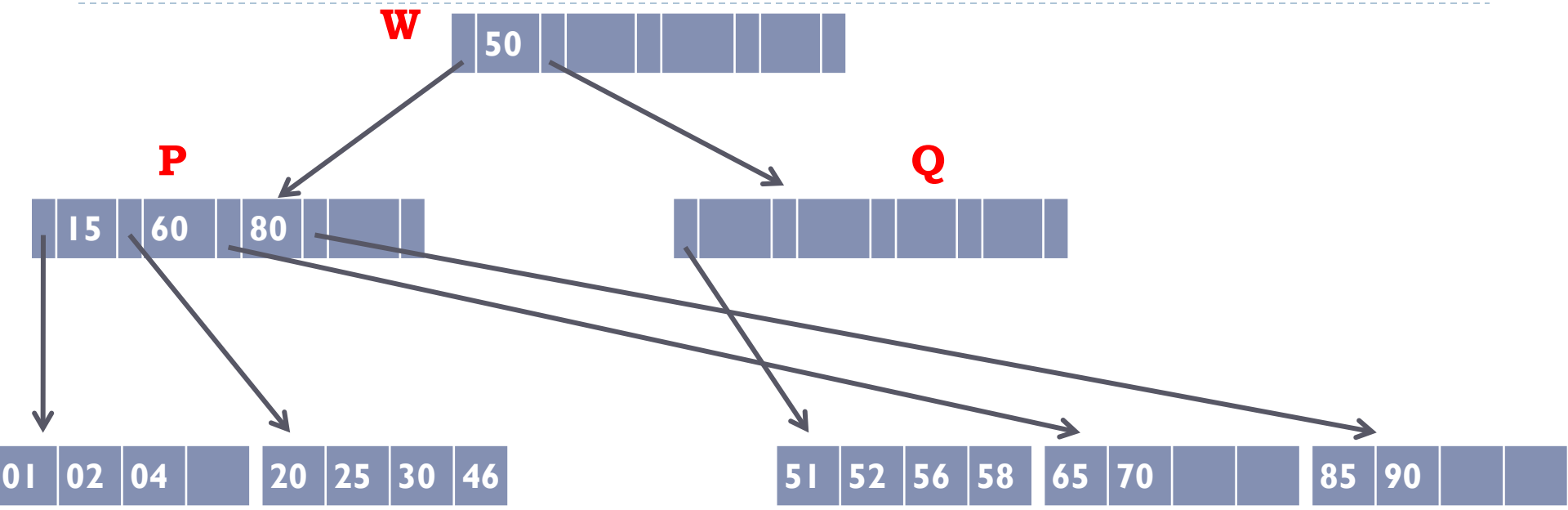
ordem d = 2




Página P e Q são irmãs adjacentes
Soma de chaves de P e Q < 2d
CONCATENAR P e Q

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

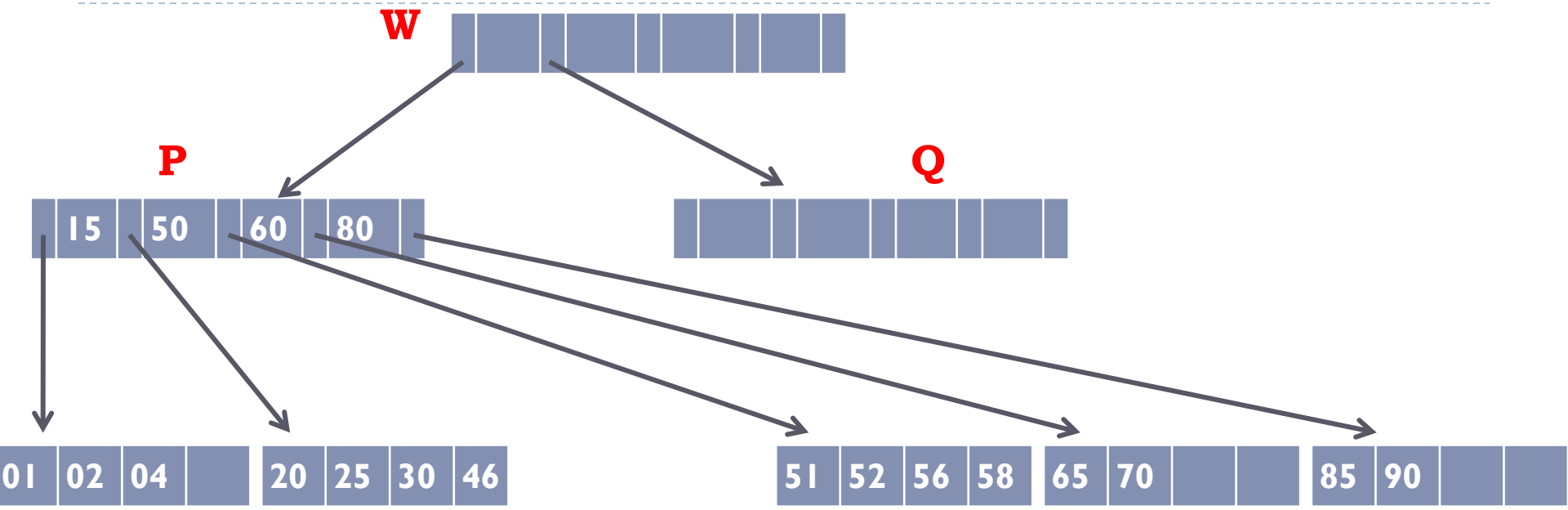
ordem d = 2




Transferir dados de Q para P

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

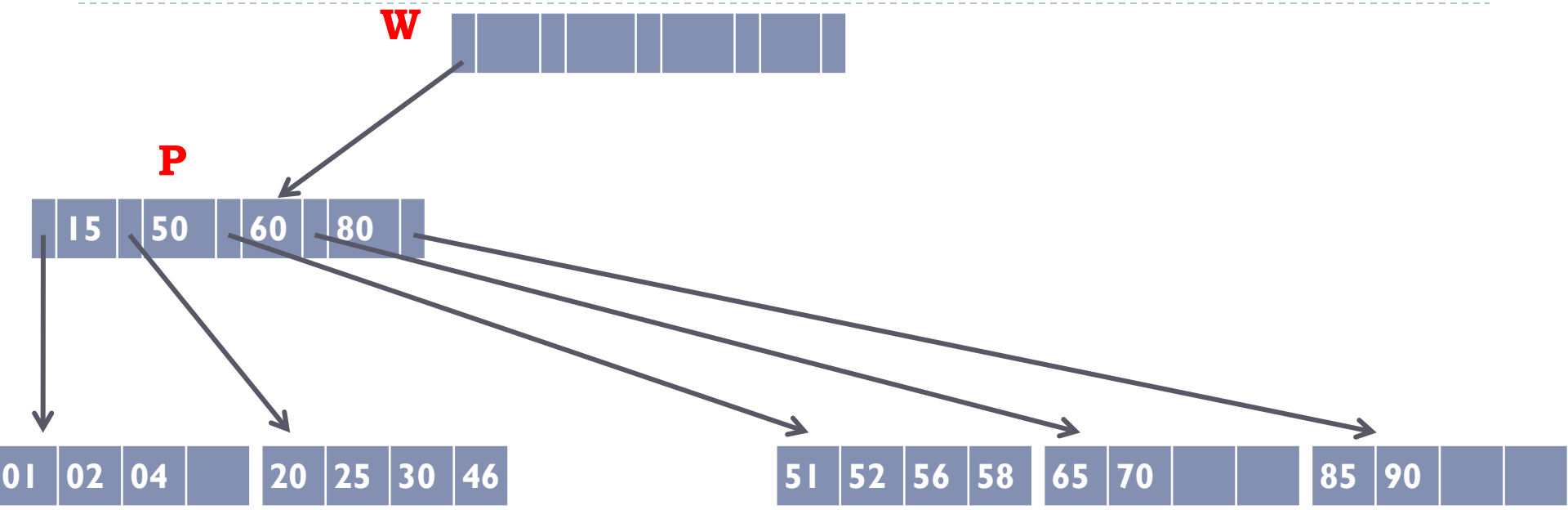
ordem d = 2




Transferir chave que separa os ponteiros de P e Q em W para P

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

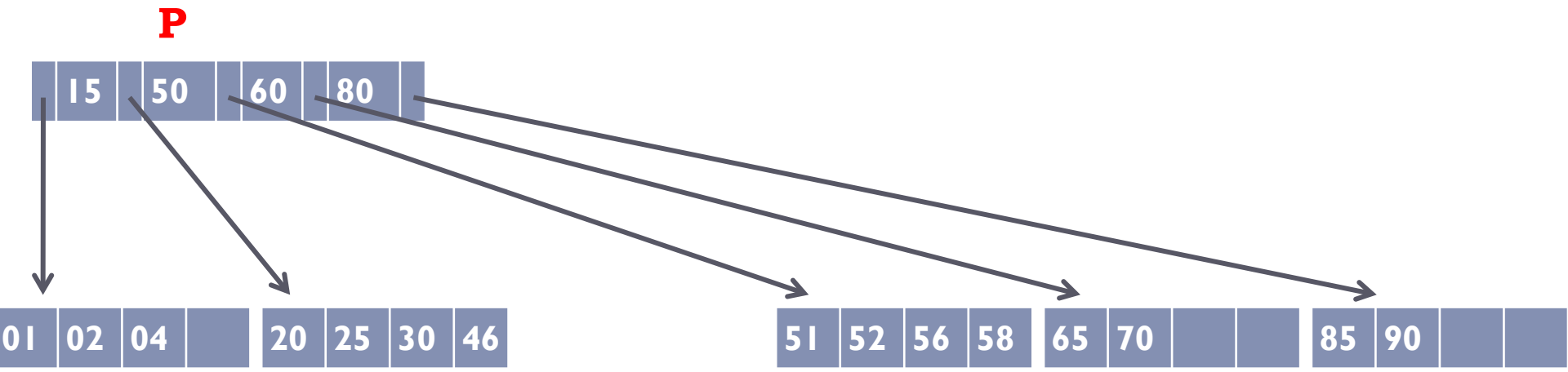
ordem d = 2




Eliminar página Q e ponteiro

# Exemplo:
# Exclusão da chave 40

ordem d = 2



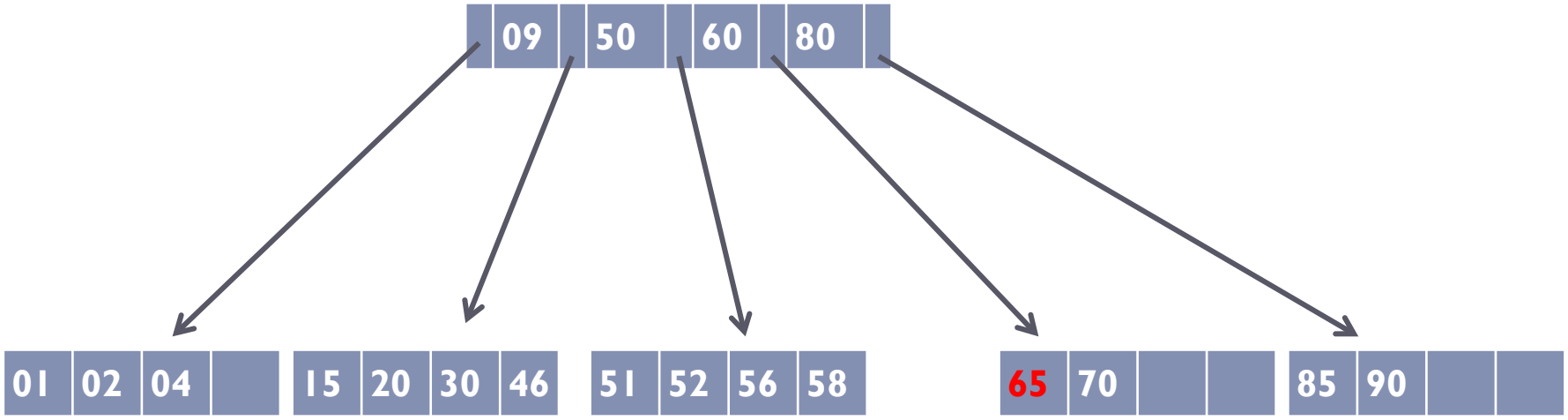

W ficou vazia e era a raiz: eliminá-la
P passa a ser a nova raiz

# Redistribuição

- Ocorre quando a soma das entradas de **P** e de seu irmão adjacente **Q** é maior ou igual a **2d**
- Concatenar **P** e **Q**
  - Isso resulta em um nó **P** com mais de **2d** chaves, o que não é permitido
  - Particionar o nó concatenado, usando **Q** como novo nó
  - Essa operação não é propagável
    - O nó **W**, pai de **P** e **Q**, é alterado, mas seu número de chaves não é modificado

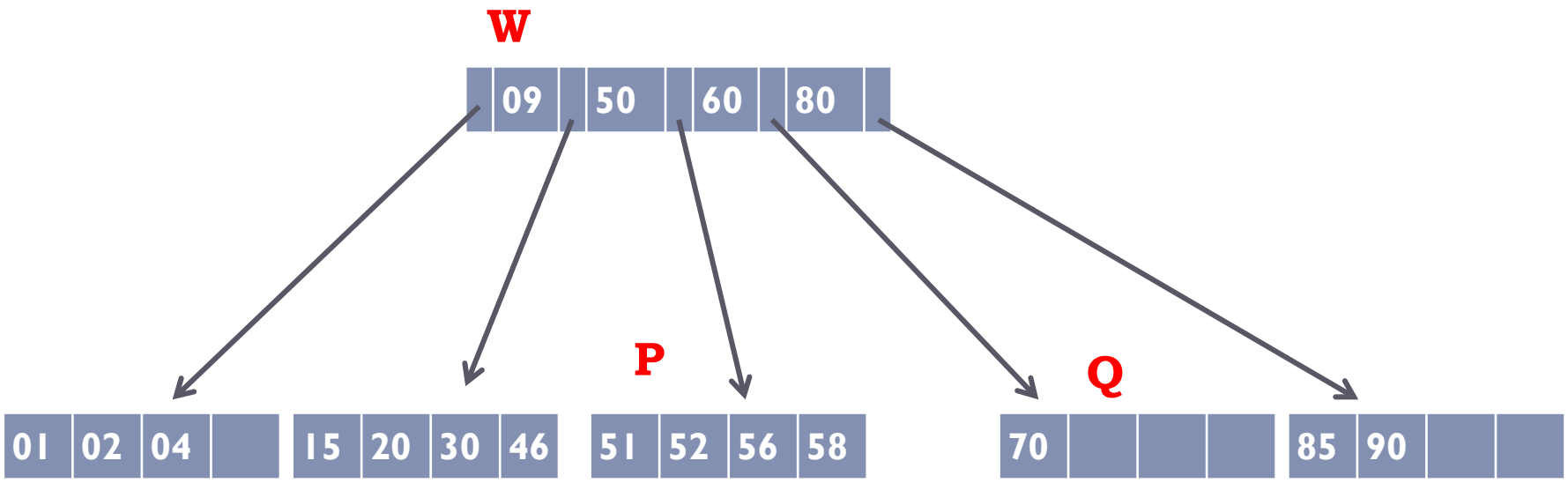
# Exemplo:
# Exclusão da chave 65

ordem d = 2



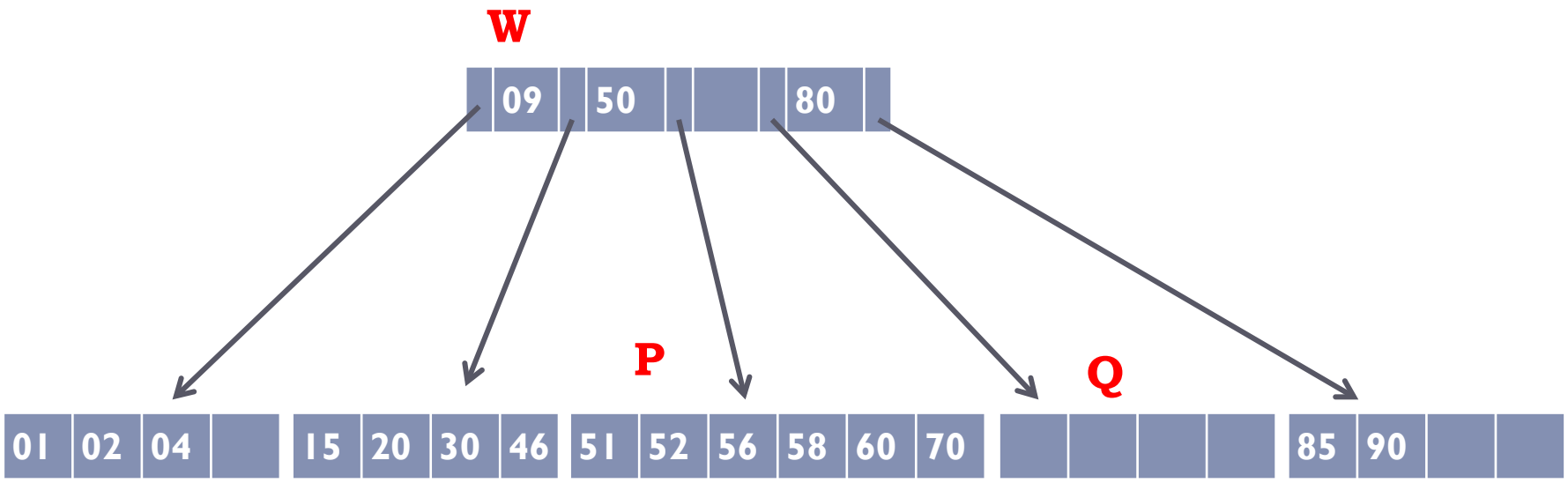
# Exemplo:
# Exclusão da chave 65

ordem d = 2



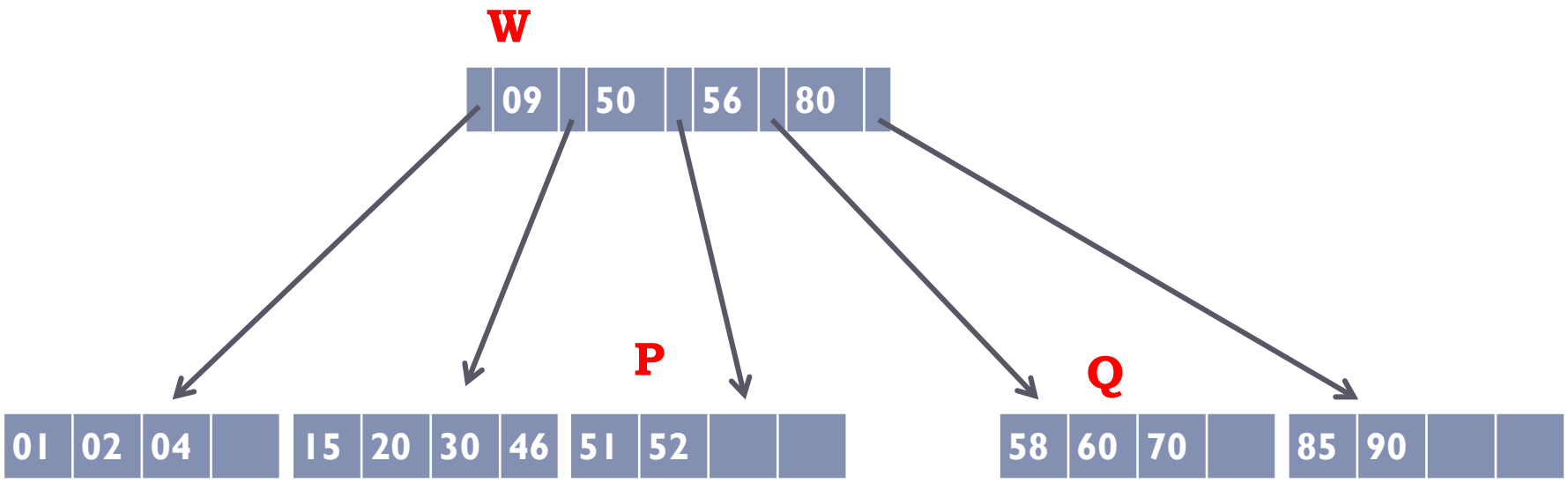
# Exemplo:
# Exclusão da chave 65

ordem d = 2



# Exemplo:
# Exclusão da chave 65

ordem d = 2



# E quando as duas alternativas são possíveis?

- Quando for possível usar concatenação ou redistribuição (porque o nó possui 2 nós adjacentes, cada um levando a uma solução diferente), optar pela redistribuição
  - Ela é menos custosa, pois não se propaga
  - Ela evita que o nó fique cheio, deixando espaço para futuras inserções

# Exercício (Parte 1)

- Desenhar uma árvore B de ordem 3 que contenha as seguintes chaves: 1, 3, 6, 8, 14, 32, 36, 38, 39, 41, 43
- Dica: começar com uma árvore B vazia e ir inserindo uma chave após a outra
- Relembrando características de uma árvore B de ordem d
  - A raiz é uma folha ou tem no mínimo 2 filhos
  - Cada nó interno (não folha e não raiz) possui no mínimo d + 1 filhos
  - Cada nó tem no máximo 2d + 1 filhos
  - Todas as folhas estão no mesmo nível

# Exercício (Parte 2)

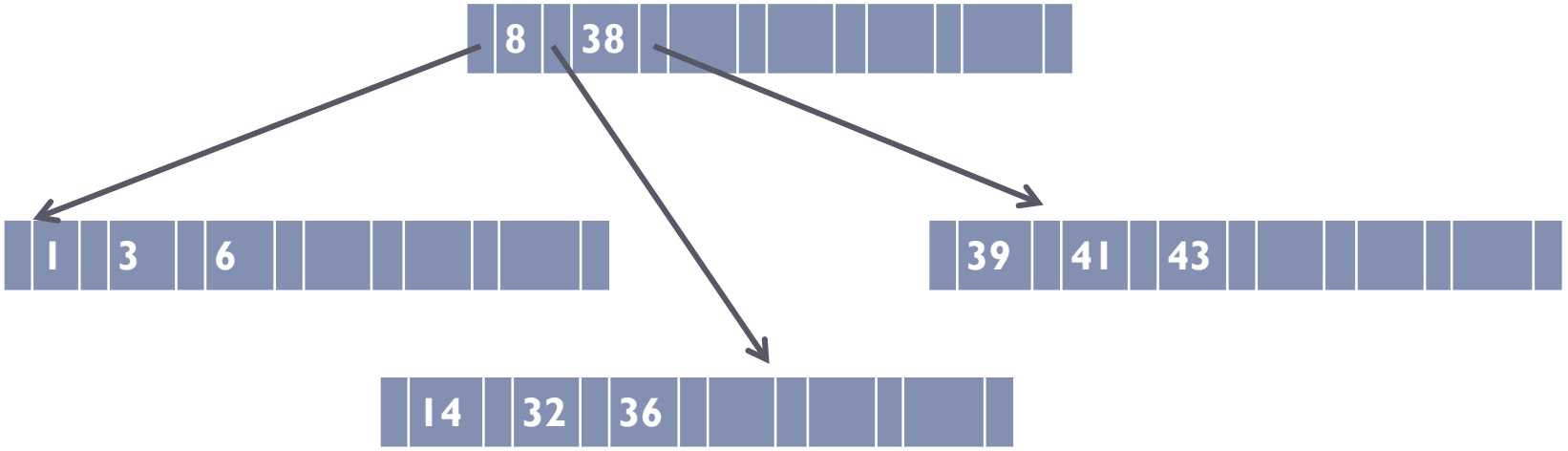
- Sobre a árvore resultante do exercício anterior, realizar as seguintes operações:

  (a) Inserir as chaves 4, 5, 42, 2, 7

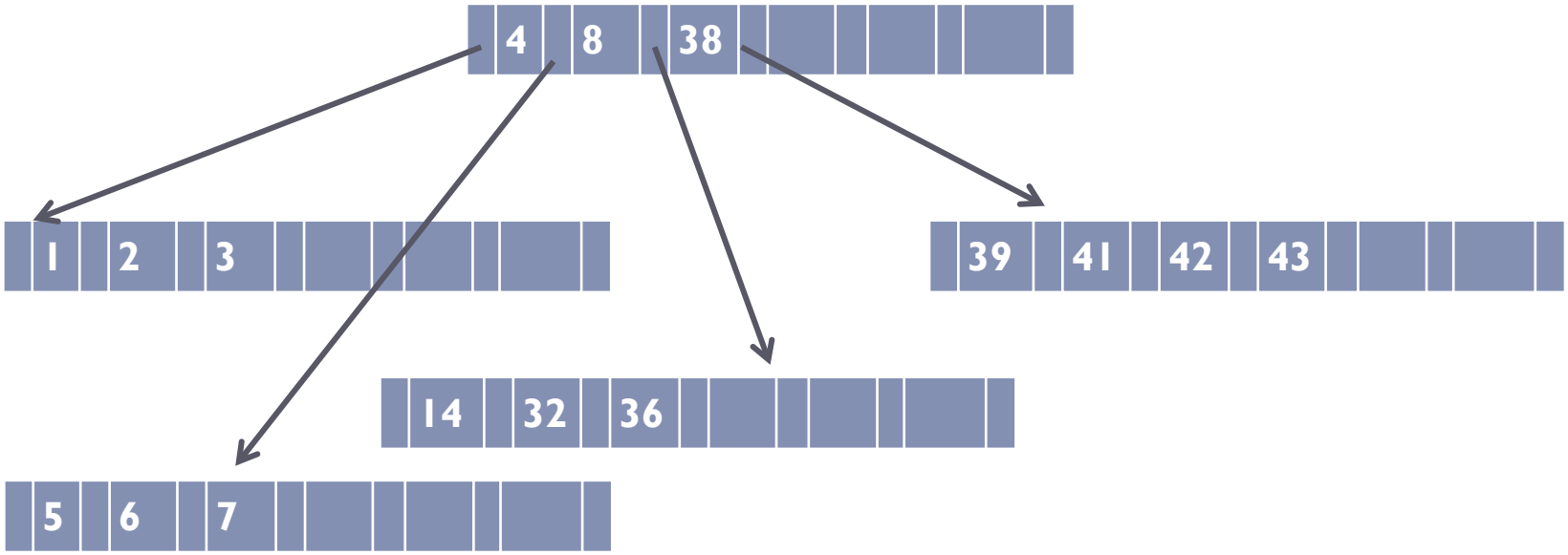
  (b) Sobre o resultado do passo (a), excluir as chaves 14, 32

# Resposta (Parte 1)

- Desenhar uma árvore B de ordem 3 que contenha as seguintes chaves: 1, 3, 6, 8, 14, 32, 36, 38, 39, 41, 43
- Como d = 3:
  - Cada nó tem no máximo 6 chaves
  - Cada nó tem no máximo 7 filhos

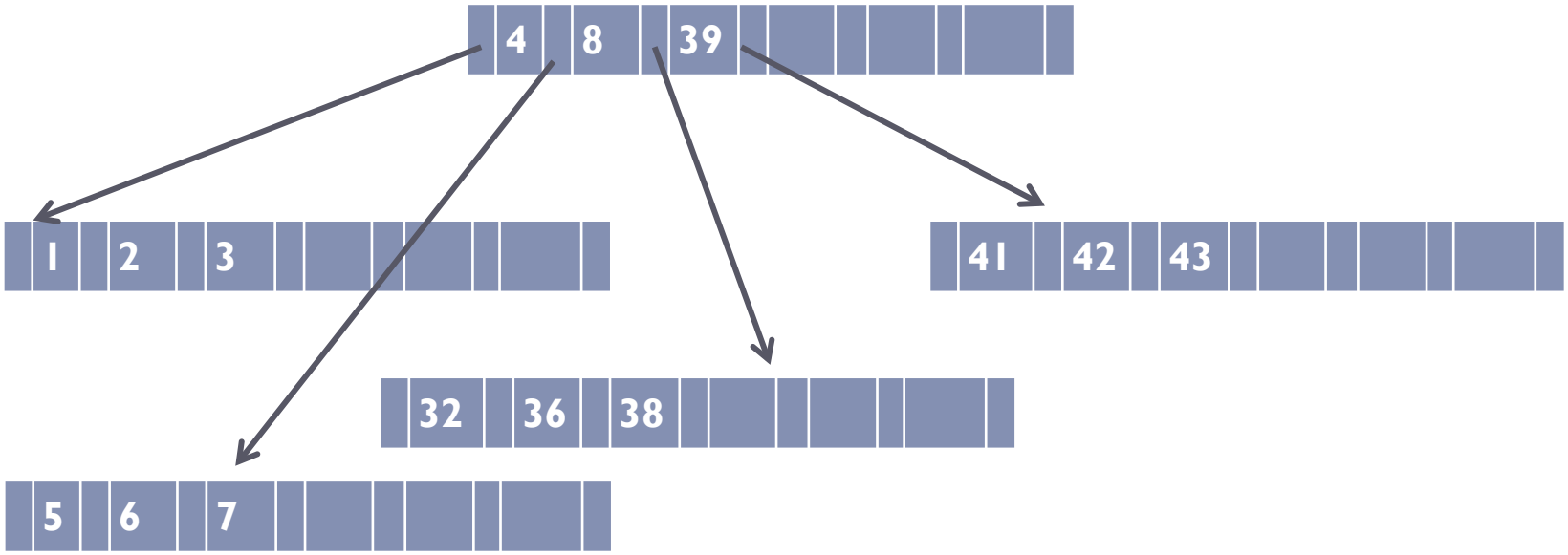


# Resposta (Parte 2a) – Inserção de 4, 5, 42, 2, 7



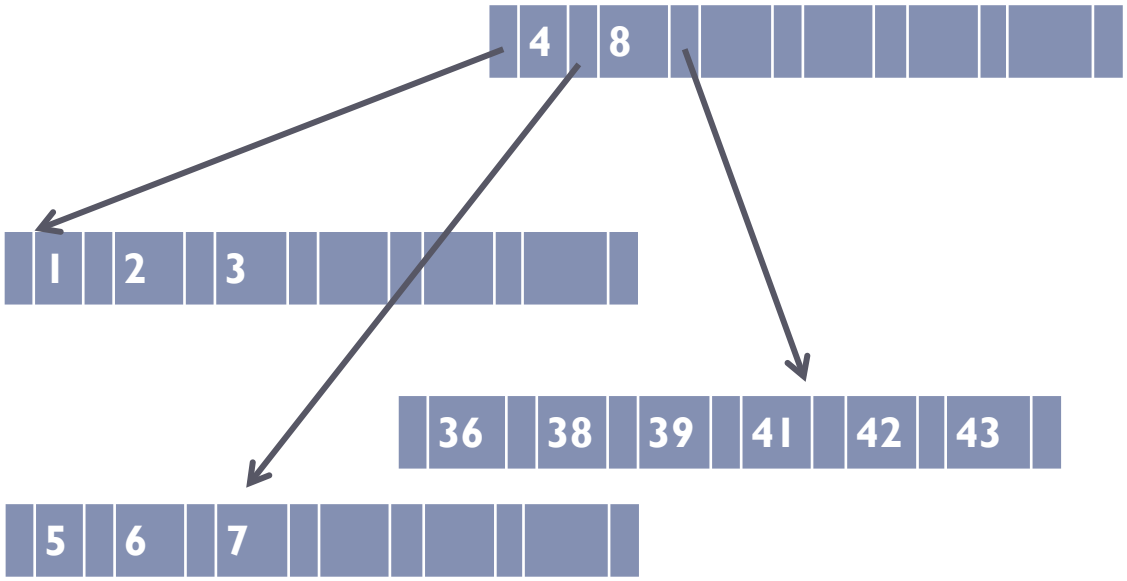
# Resposta (Parte 2b) – Exclusão de 14

- É possível fazer redistribuição



# Resposta (Parte 2b) – Exclusão de 32

- É necessário fazer concatenação



# Implementação

- Um arquivo para guardar metadados, que contém
  - Um ponteiro para o nó raiz
  - Um ponteiro para o próximo nó livre do arquivo
- Um arquivo para guardar os dados, estruturado em nós (ou páginas/blocos)

# Implementação

- No arquivos de dados, cada nó possui
  - Inteiro representando o número de chaves (**m**) armazenadas no nó
  - Um ponteiro para o nó pai
  - $p_0, (r_1, p_1), (r_2,p_2), ..., (r_d,p_d), (r_{d+1},p_{d+1}), ..., (r_{2d+1}, p_{2d+1})$, onde:
    - $p_i$ é um ponteiro para um nó dentro deste arquivo
    - $r_i$ é um registro

# Considerações sobre implementação

- A cada vez que for necessário manipular um nó, ler o nó todo para a memória, e manipulá-lo em memória
- Depois, gravar o nó todo de volta no disco

- Na nossa disciplina, vamos simplificar:
  - da mesma forma que fazíamos um método para ler um registro e gravar um registro inteiro, agora faremos um método que lê uma página e grava uma página inteira no disco
  - Na prática, existem métodos para ler blocos inteiros de bytes (BufferedInputStream) → não usaremos para manter o foco no conceito

# Árvores B*

# Árvores B*

- É uma variação da árvore B
  - Todos os nós, exceto a raiz, precisam estar 2/3 cheios (em contraste com 1/2 exigido pela árvore B)
  - Para manter esta propriedade, os nós não são particionados logo que ficam cheios. Ao invés disso, suas chaves são compartilhadas com o nó vizinho, até que ambos fiquem cheios. Neste ponto, os dois nós são divididos em 3 nós
  - Na prática, não é muito utilizada

# Árvores B+

# Árvores B+

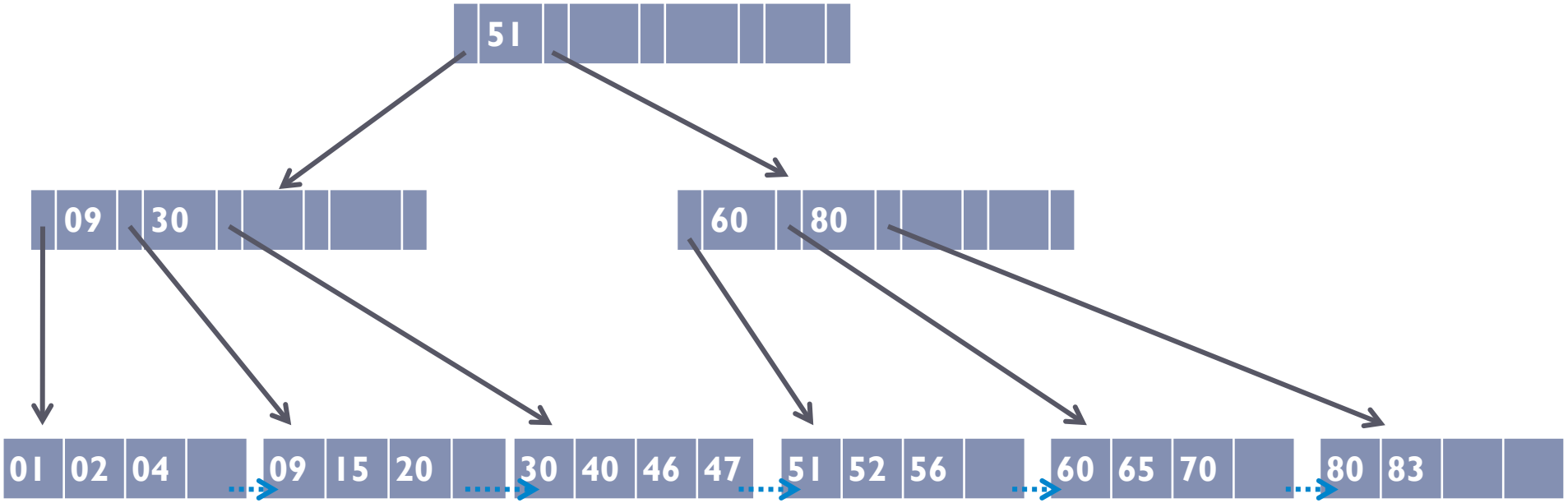
- É semelhante à árvore B, exceto por duas características muito importantes:
  - Armazena dados somente nas folhas – os nós internos servem apenas de ponteiros
  - As folhas são encadeadas

- Isso permite o armazenamento dos dados em um arquivo, e do índice em outro arquivo separado

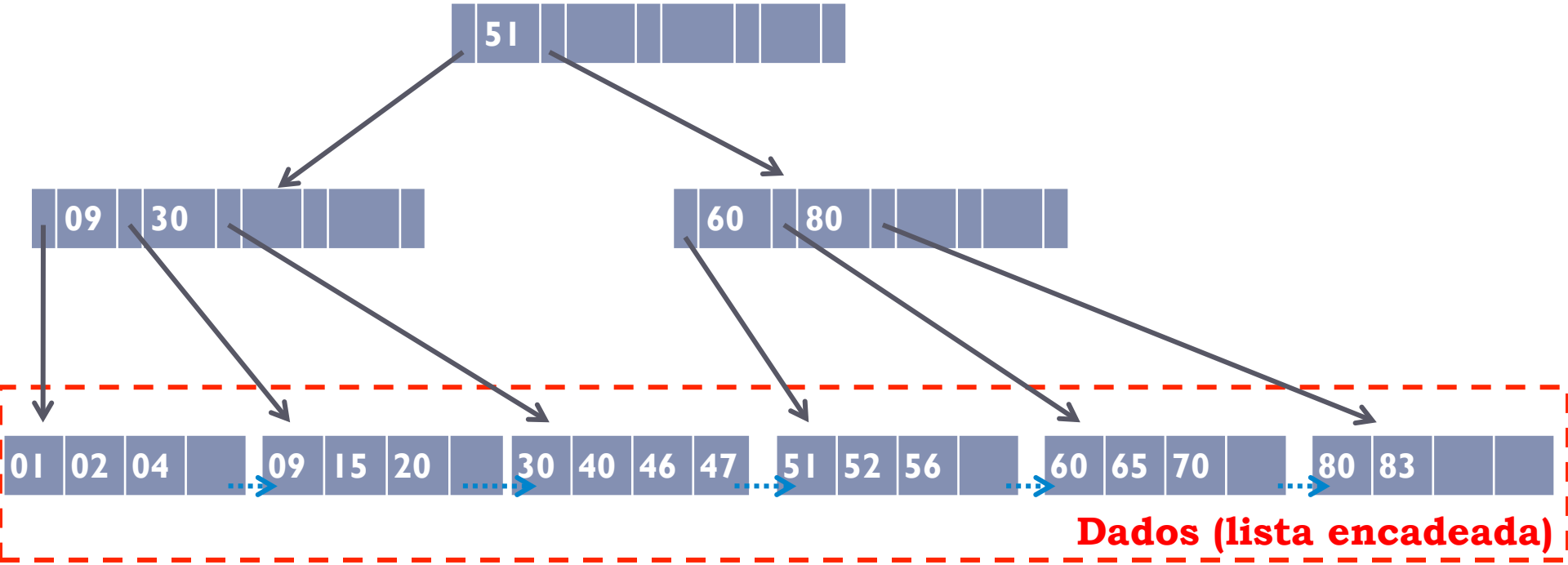
# Árvore B+ na prática

- Árvores B+ são muito importantes por sua eficiência, e muito utilizadas na prática:
  - Os sistemas de arquivo **NTFS**, **ReiserFS**, **NSS**, **XFS**, e **JFS** utilizam este tipo de árvore para indexação
  - Sistemas de Gerência de Banco de Dados como **IBM DB2**, **Informix**, **Microsoft SQL Server**, **Oracle 8**, **Sybase ASE**, **PostgreSQL**, **Firebird**, **MySQL** e **SQLite** suportam este tipo de árvore para indexar tabelas
  - Outros sistemas de gerência de dados como o **CouchDB**, **Tokyo Cabinet** e **Tokyo Tyrant** suportam este tipo de árvore para acesso a dados

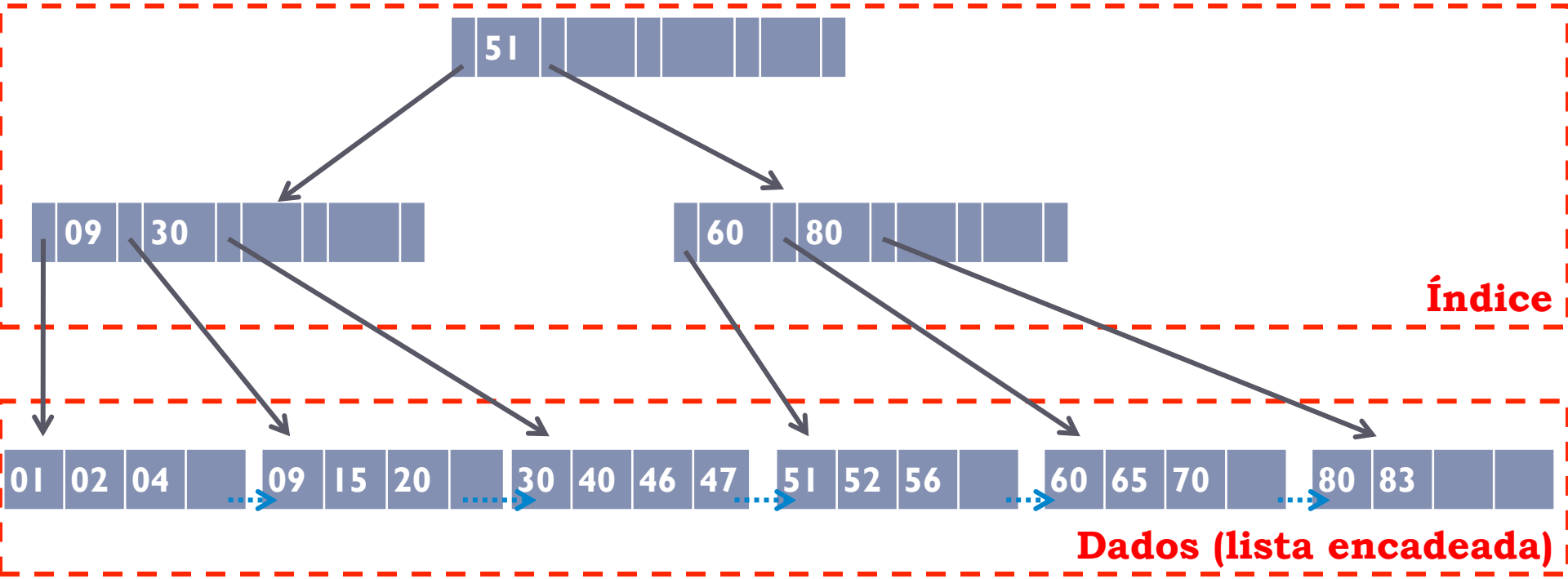
# Exemplo de Árvore B+



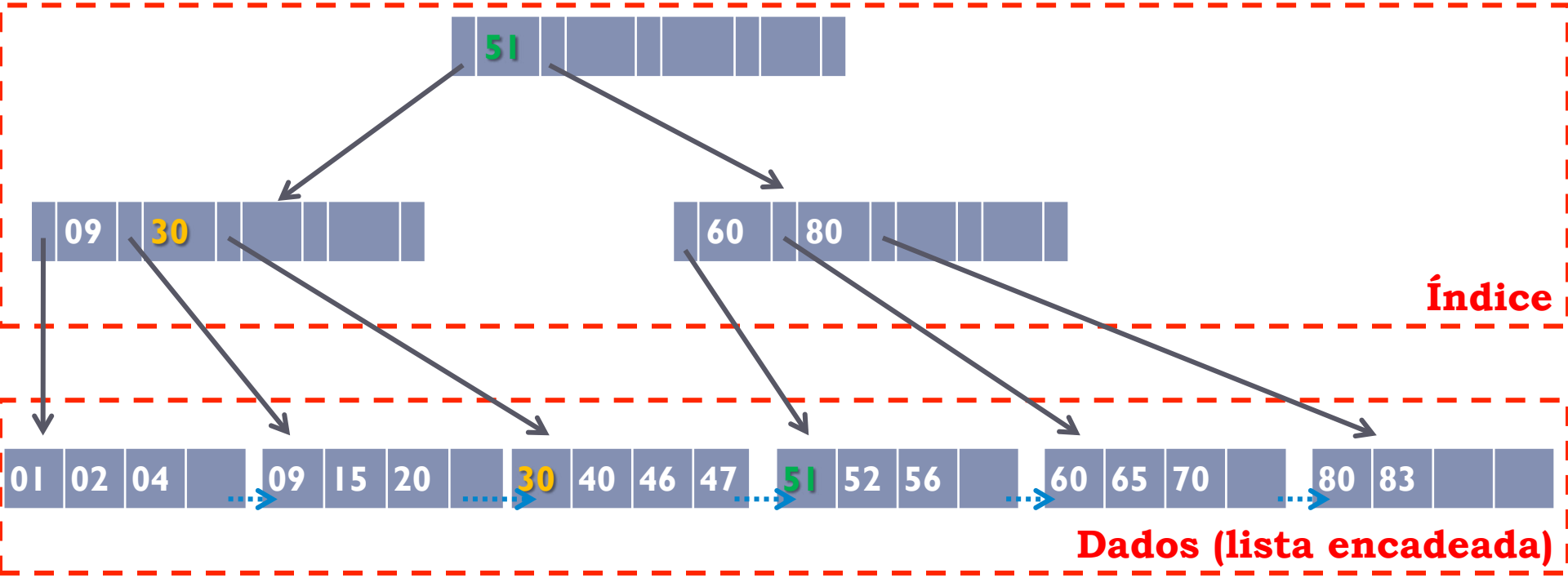
# Exemplo de Árvore B+



# Exemplo de Árvore B+



# Exemplo de Árvore B+




- IMPORTANTE:
  - Os valores nos índices repetem valores de chave que aparecem nas folhas (diferente do que acontece nas árvores B)

# Busca

- Só se pode ter certeza de que o registro foi encontrado quando se chega em uma folha

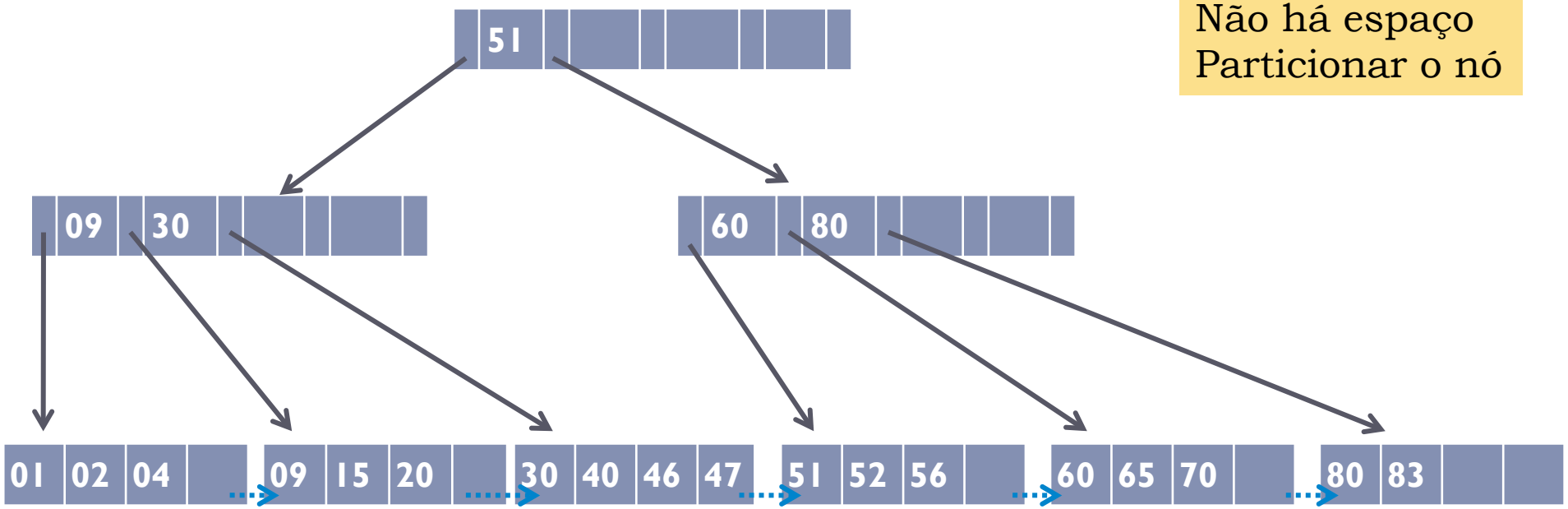
# Inserção

- Quando for necessário particionar um nó durante uma inserção, o mesmo raciocínio é utilizado
  - A diferença é que para a página pai sobe somente a chave. O registro fica na folha, juntamente com a sua chave
  - ATENÇÃO: isso vale apenas se o nó que está sendo particionado for uma folha. Se não for folha, o procedimento é o mesmo utilizado na árvore B

# Exemplo de Inserção em Árvore B+
# Inserir chave 32

ordem d = 2

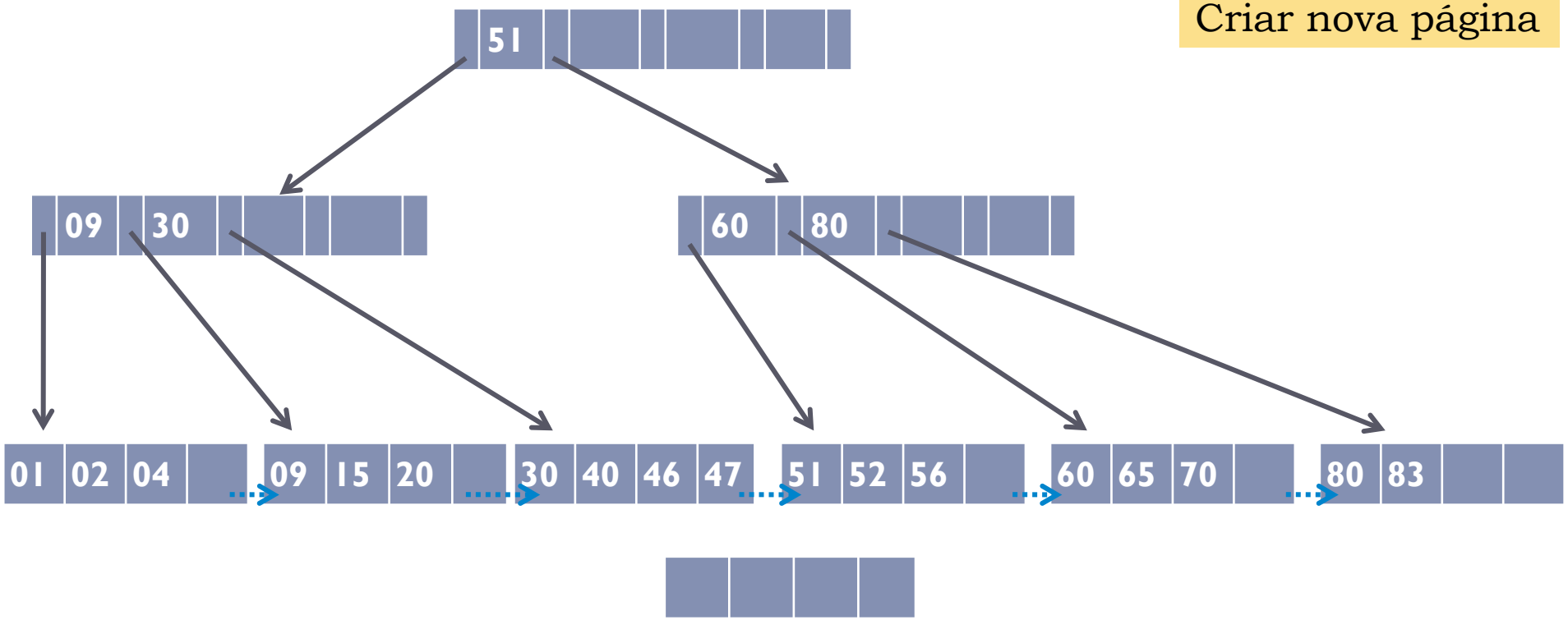
Não há espaço
Particionar o nó



# Exemplo de Inserção em Árvore B+
# Inserir chave 32

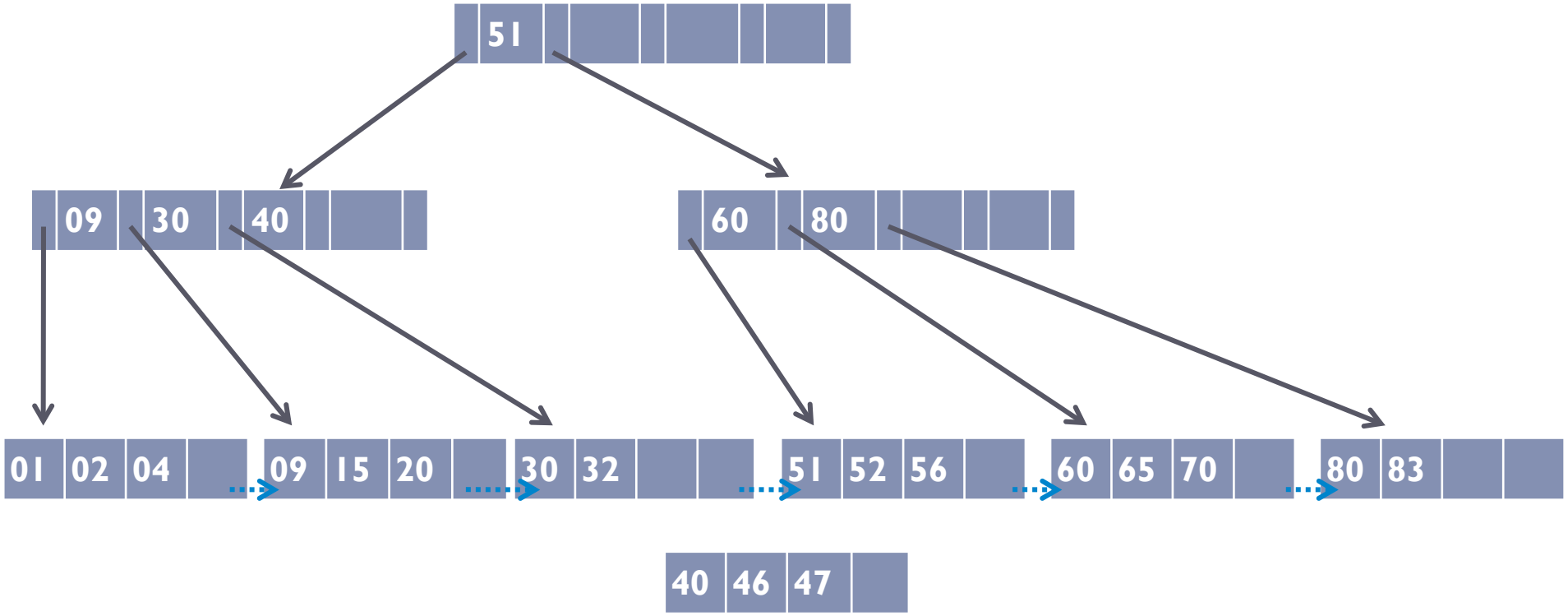
ordem d = 2

Criar nova página



# Exemplo de Inserção em Árvore B+
# Inserir chave 32

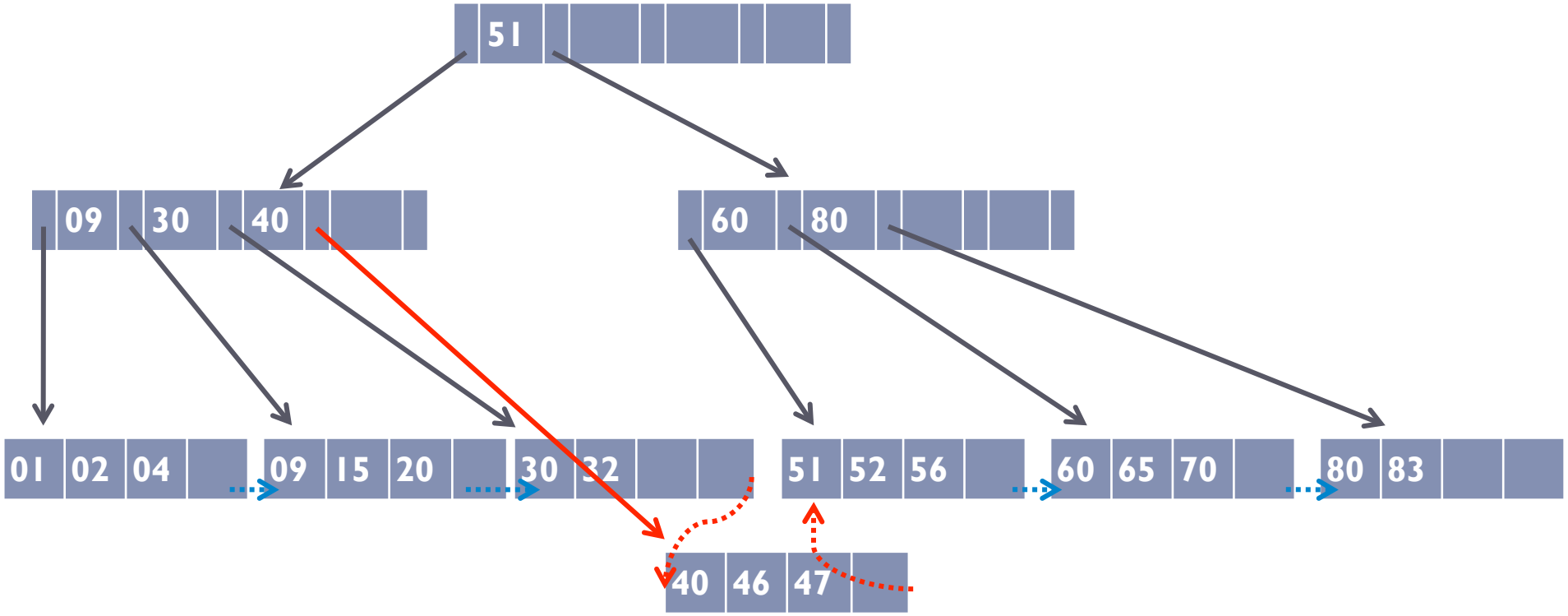
ordem d = 2




Dividir as chaves entre as duas páginas (30; 32; 40; 46; 47)
d chaves na página original
chave d+1 sobe para nó pai (**mas registro é mantido na nova página**)
d+1 chaves restantes na nova página

# Exemplo de Inserção em Árvore B+
# Inserir chave 32

ordem d = 2



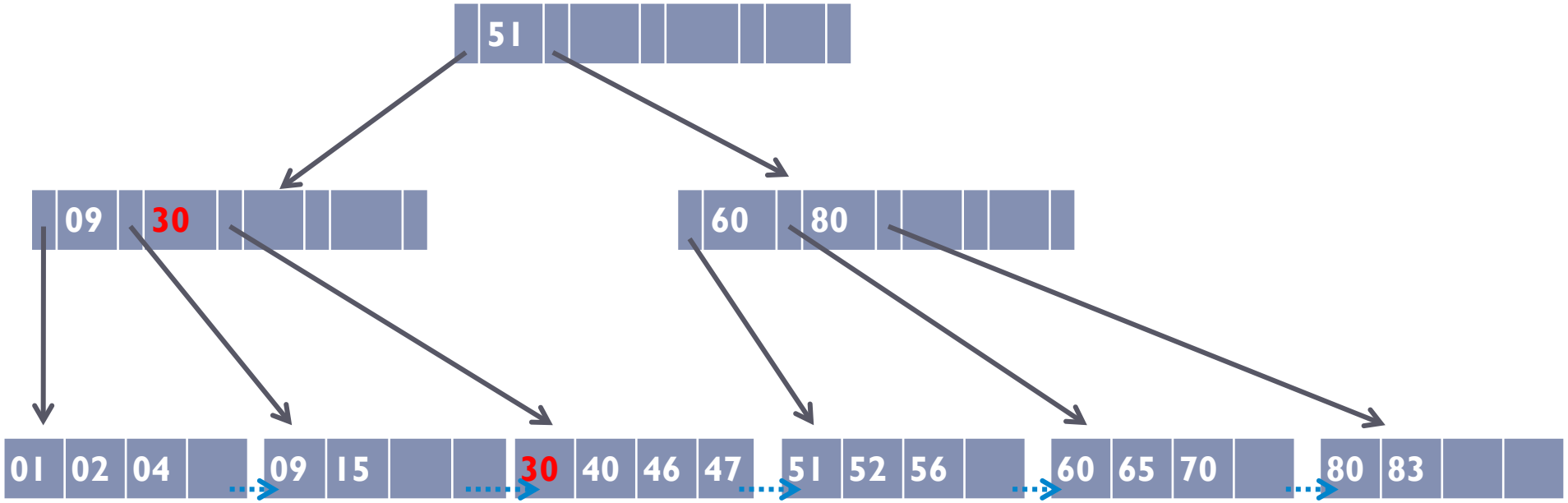

Ajustar ponteiros

# Exclusão

- Excluir apenas no nó folha
- Chaves excluídas continuam nos nós intermediários

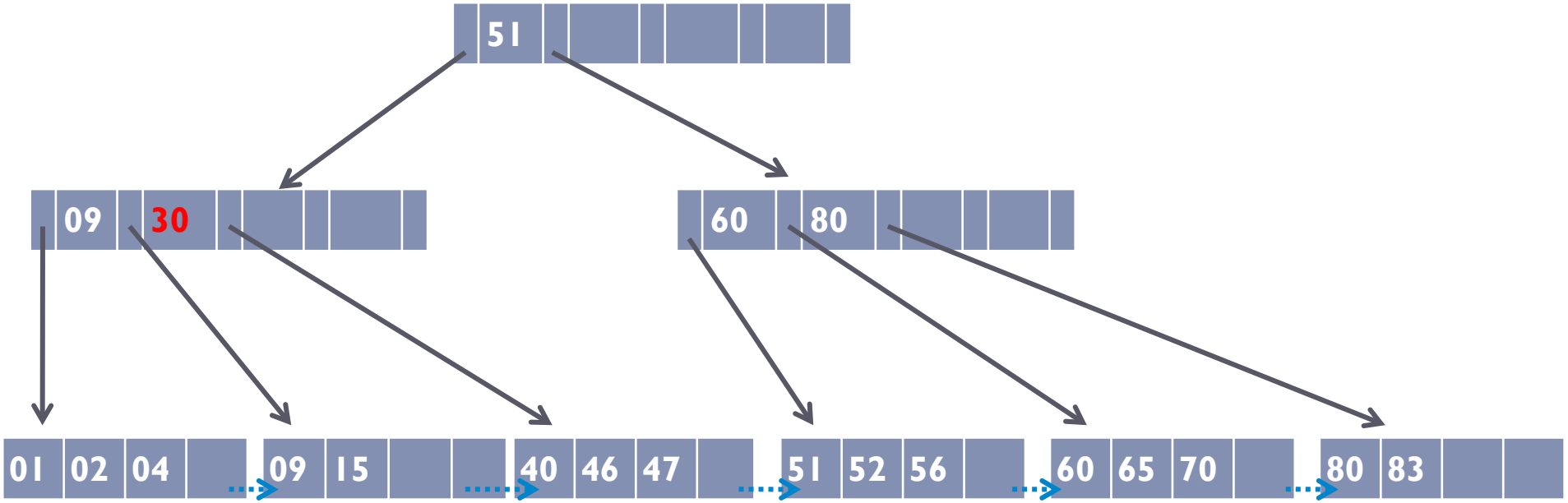
# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 30

ordem d = 2



# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 30

ordem d = 2




O valor 30 continua no índice!

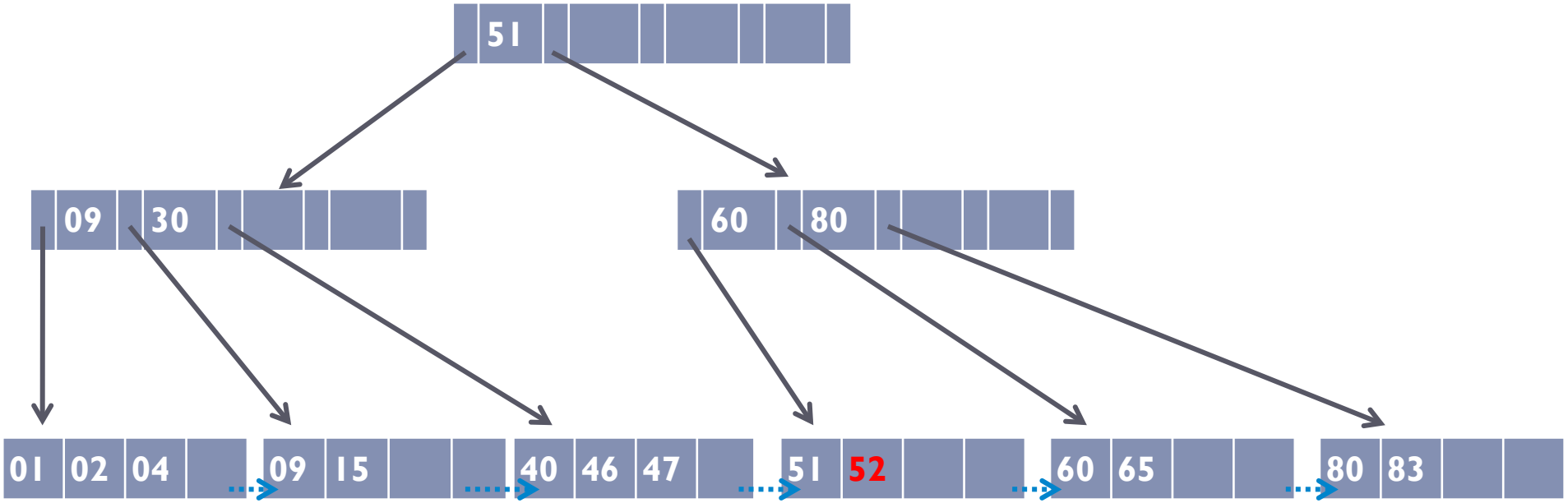
# Exclusão que causa concatenação

- Exclusões que causem concatenação de folhas podem se propagar para os nós internos da árvore

- **Importante**:
  - Se a concatenação ocorrer na folha: a chave do nó pai não desce para o nó concatenado, pois ele não carrega dados com ele. Ele é simplesmente apagado.
  - Se a concatenação ocorrer em nó interno: usar a mesma lógica utilizada na árvore B

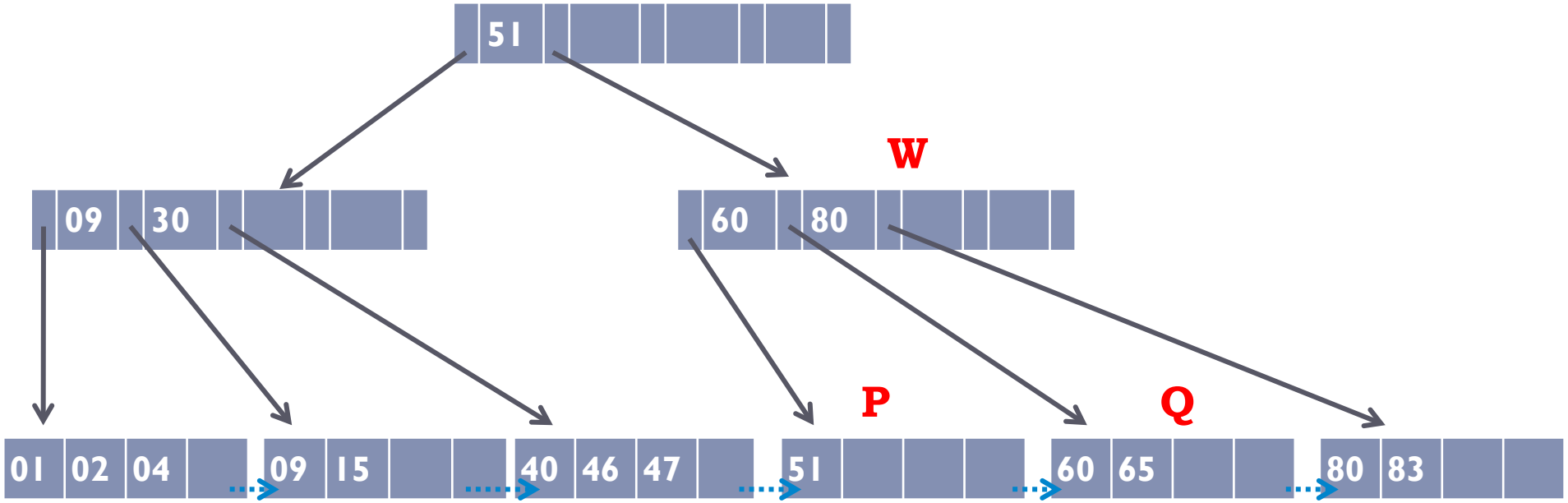
# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

ordem d = 2



# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

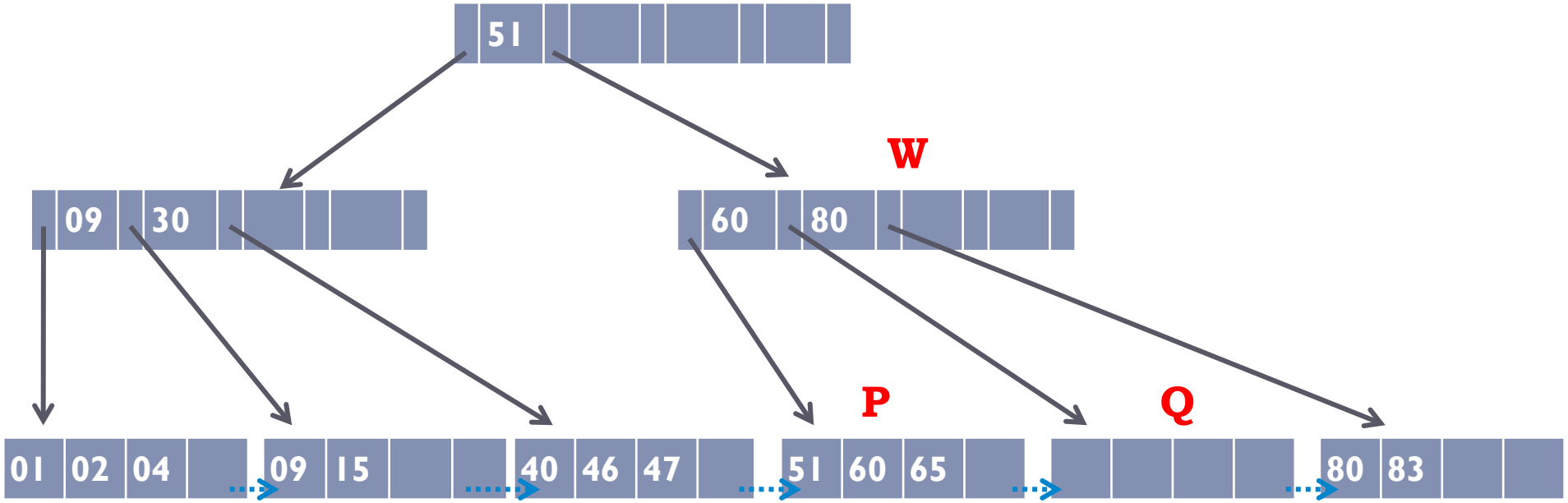
ordem d = 2




Nó ficou com menos de d entradas – necessário tratar isso
Soma dos registros de P e Q < 2d
Usar concatenação

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

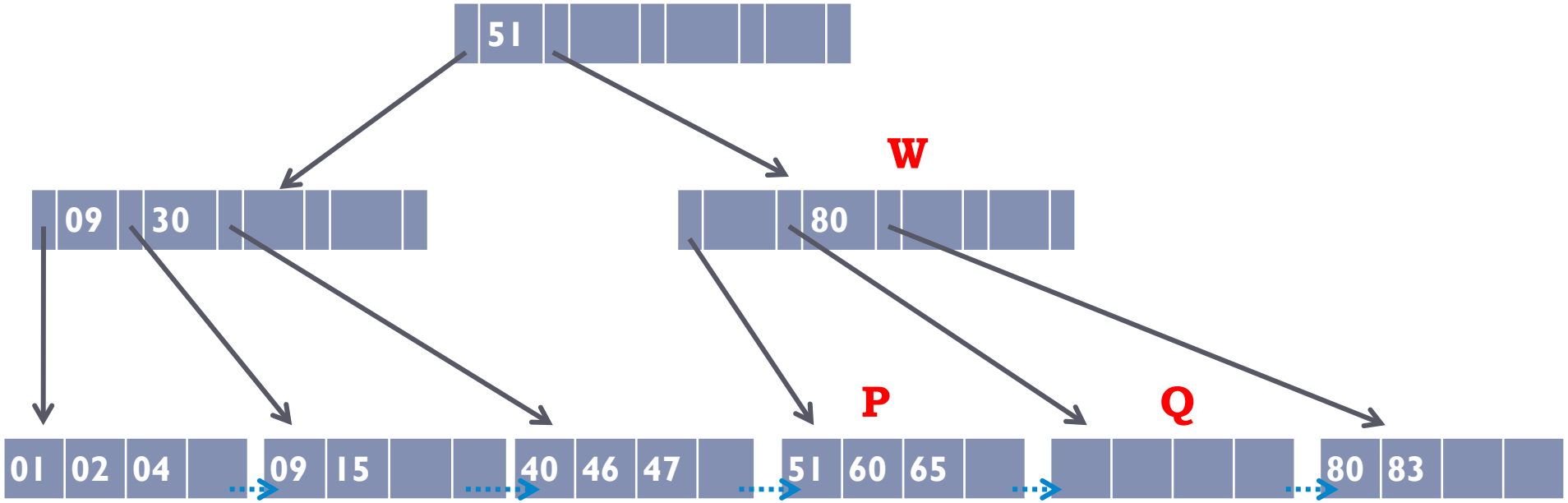
ordem d = 2




Passar os registros de Q para P
Eliminar a chave em W que divide os ponteiros para as páginas P e Q

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

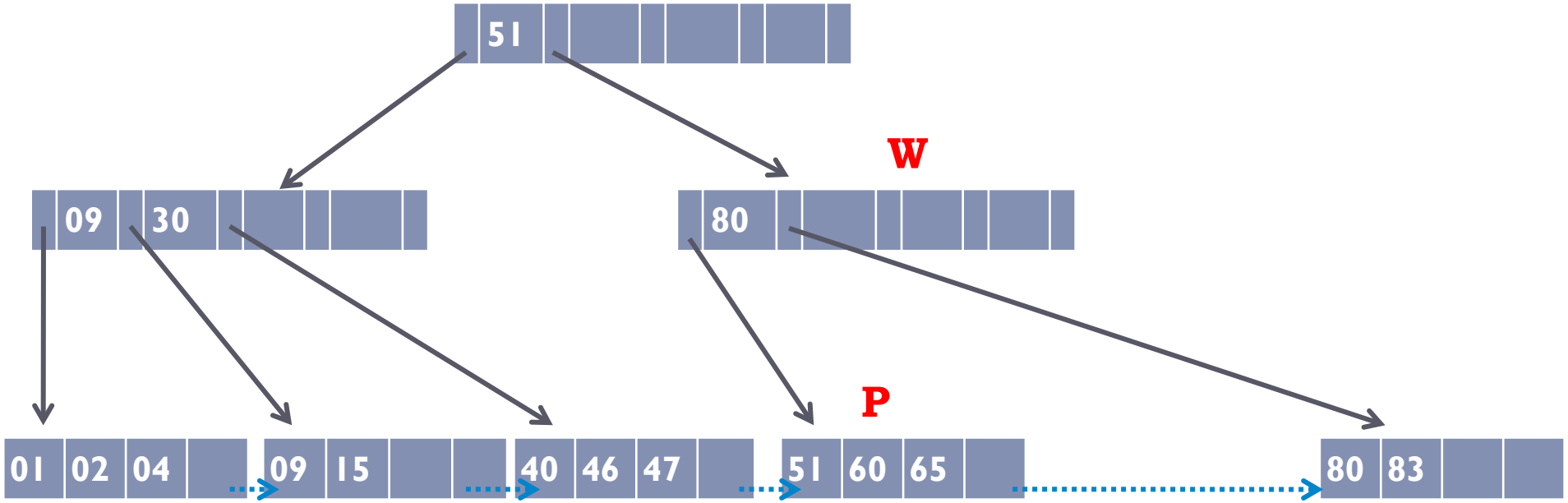
ordem d = 2




Eliminar ponteiro e nó Q

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

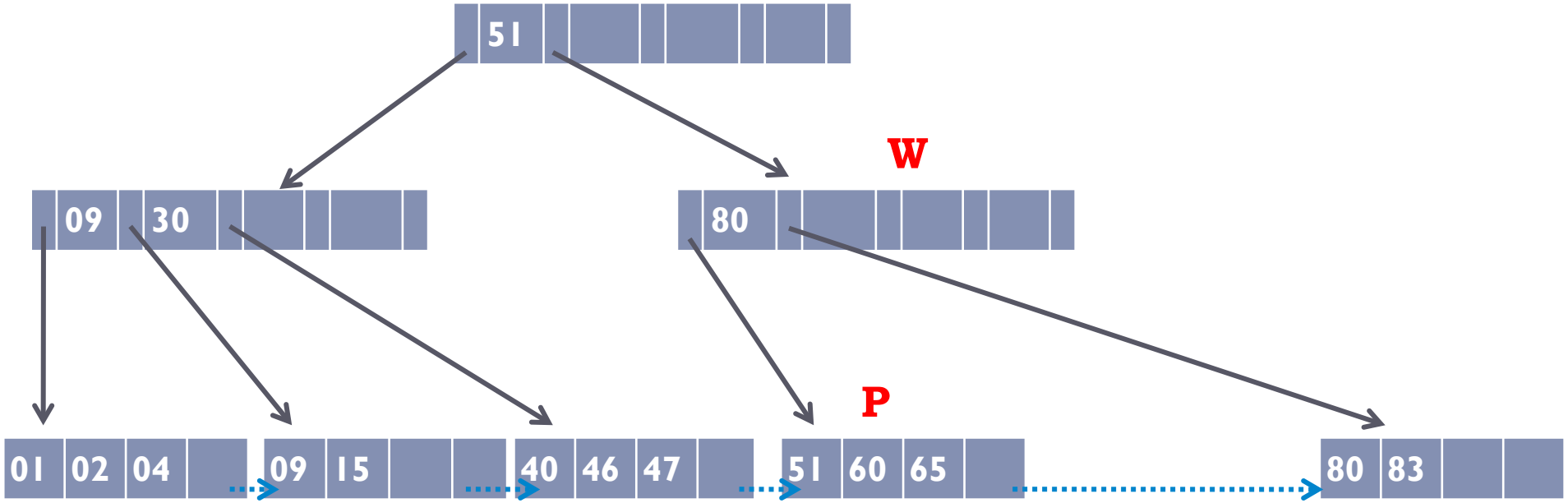
ordem d = 2




Eliminar ponteiro e nó Q, reajustar ponteiros e nó W

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

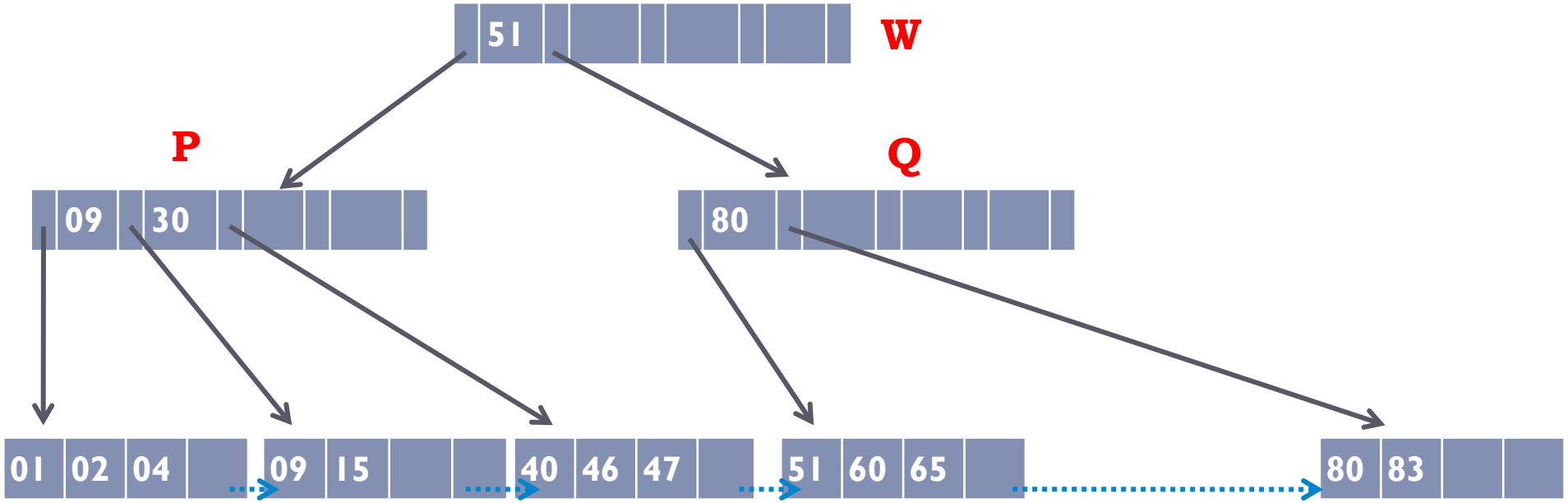
ordem d = 2




Nó W ficou com menos de d chaves

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

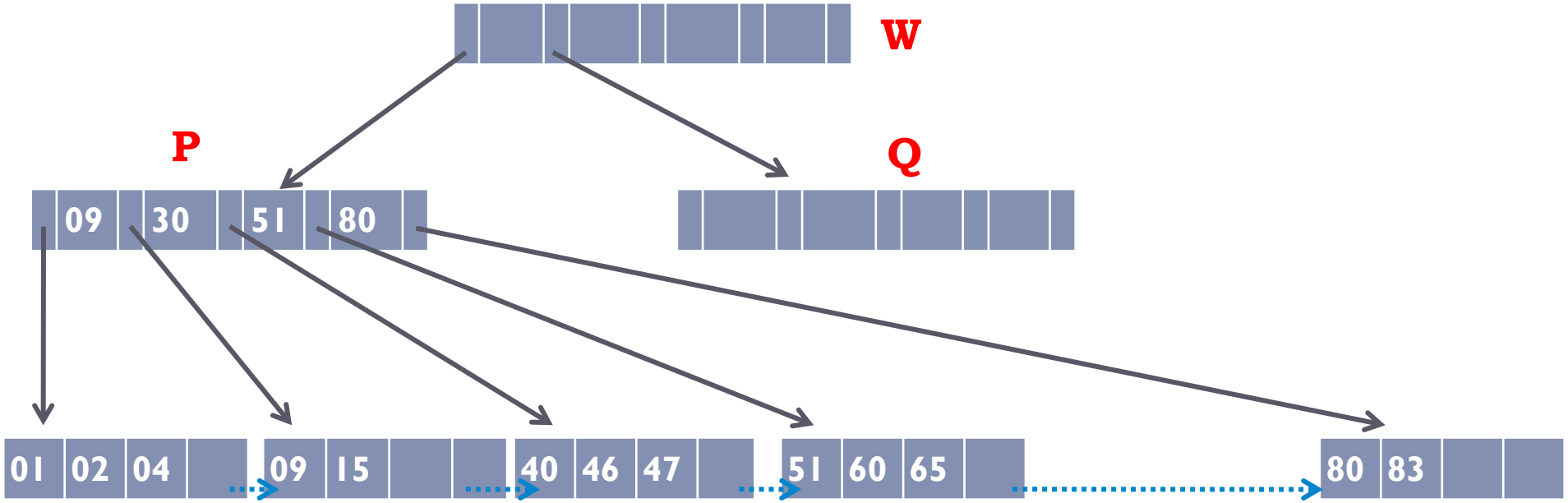
ordem d = 2




Soma de total de chaves de P e Q < 2d
Solução: concatenação

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

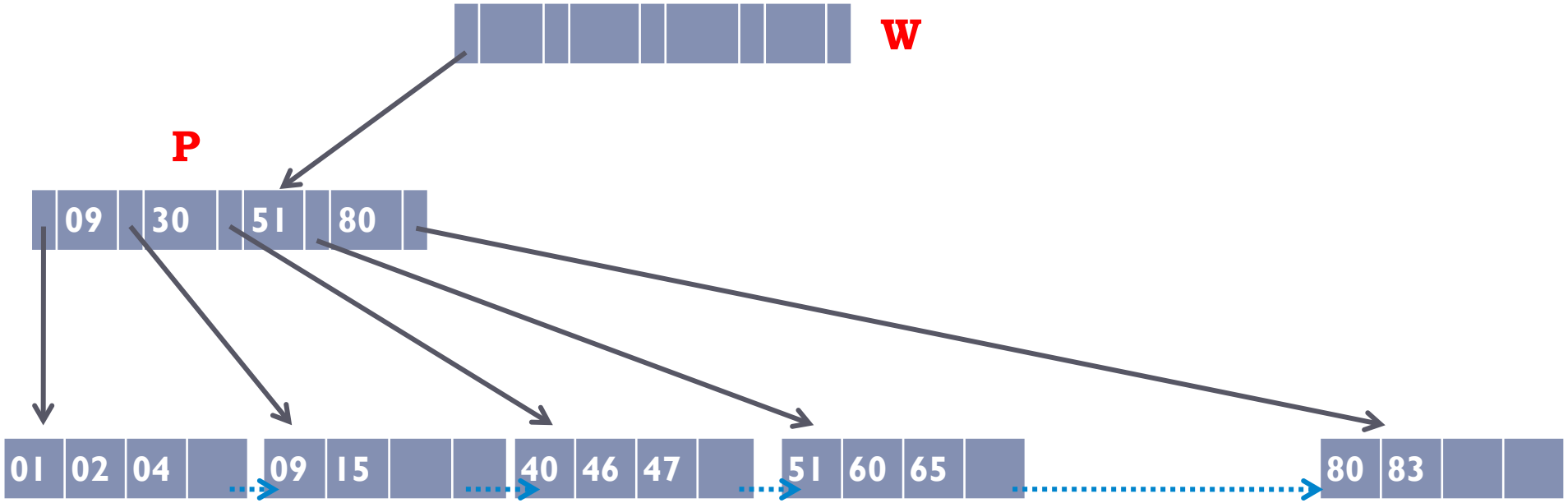
ordem d = 2




Transferir chaves para P
Atenção: com as páginas concatenadas não são folhas, chave em W também desce para P! (caso contrário, faltaria chave para separar os ponteiros para os filhos)

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

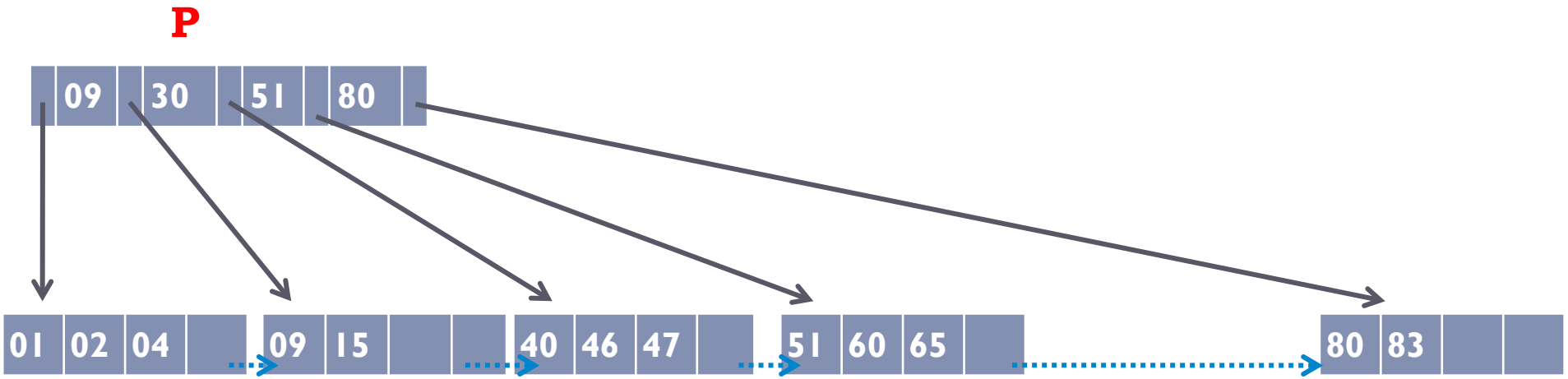
ordem d = 2




Apagar Q

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 52

ordem d = 2



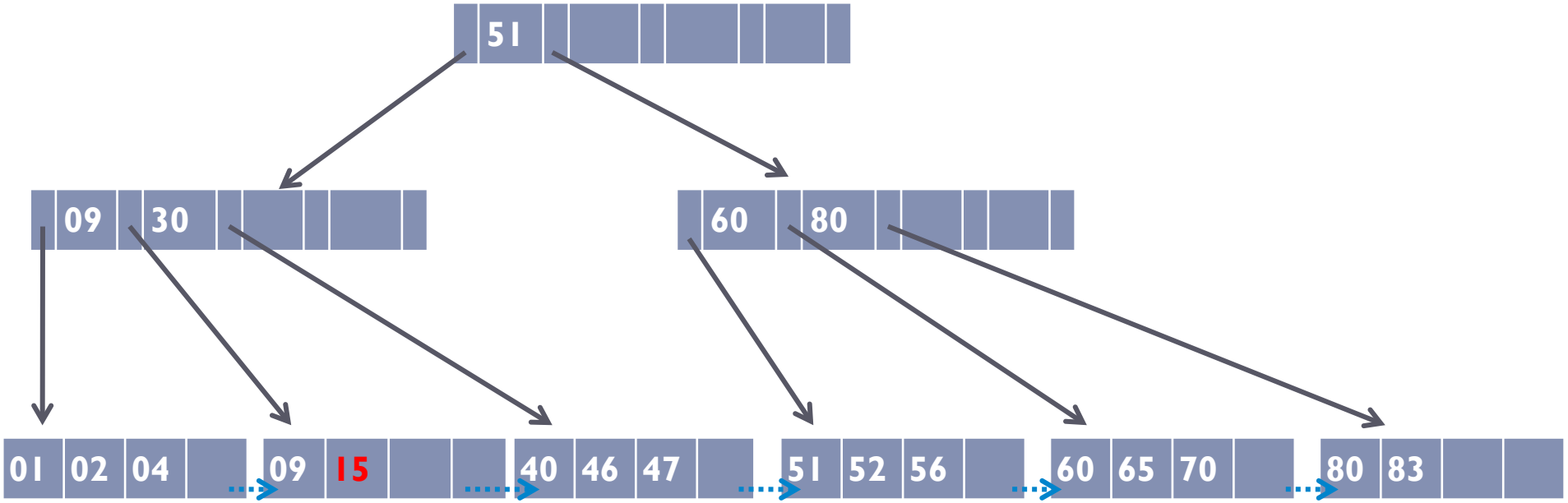

Como a raiz ficou vazia, apagar a raiz. P é a nova raiz.

# Exclusão que causa redistribuição

- Exclusões que causem redistribuição dos registros nas folhas provocam mudanças no conteúdo do índice, mas não na estrutura (não se propagam)

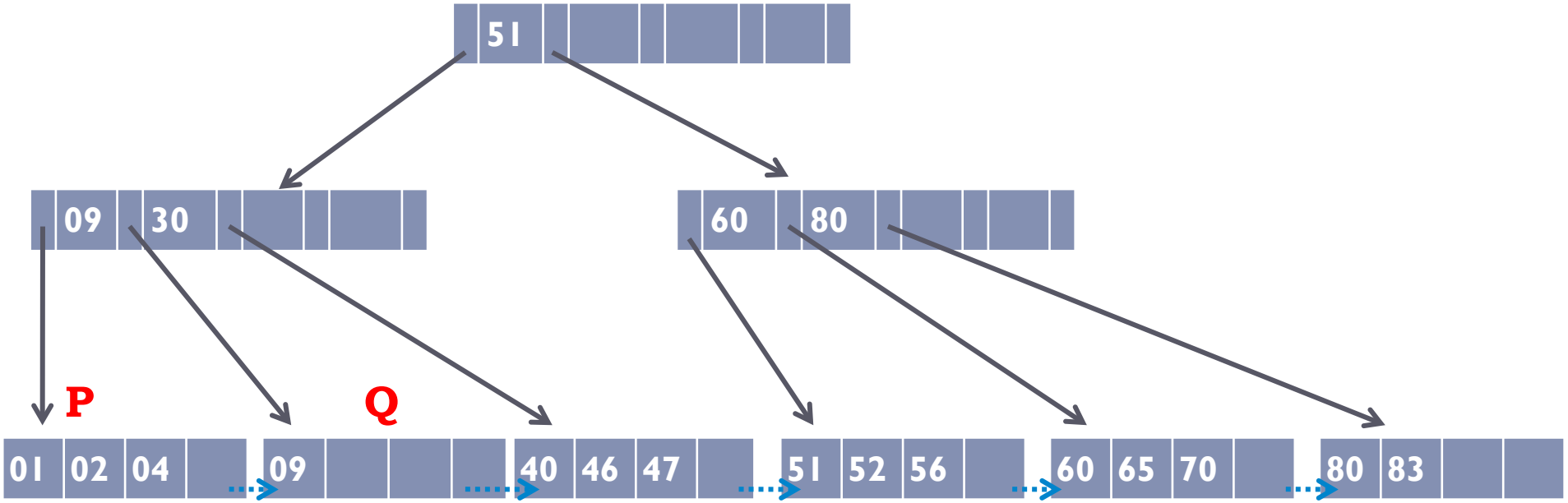
# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 15

ordem d = 2



# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 15

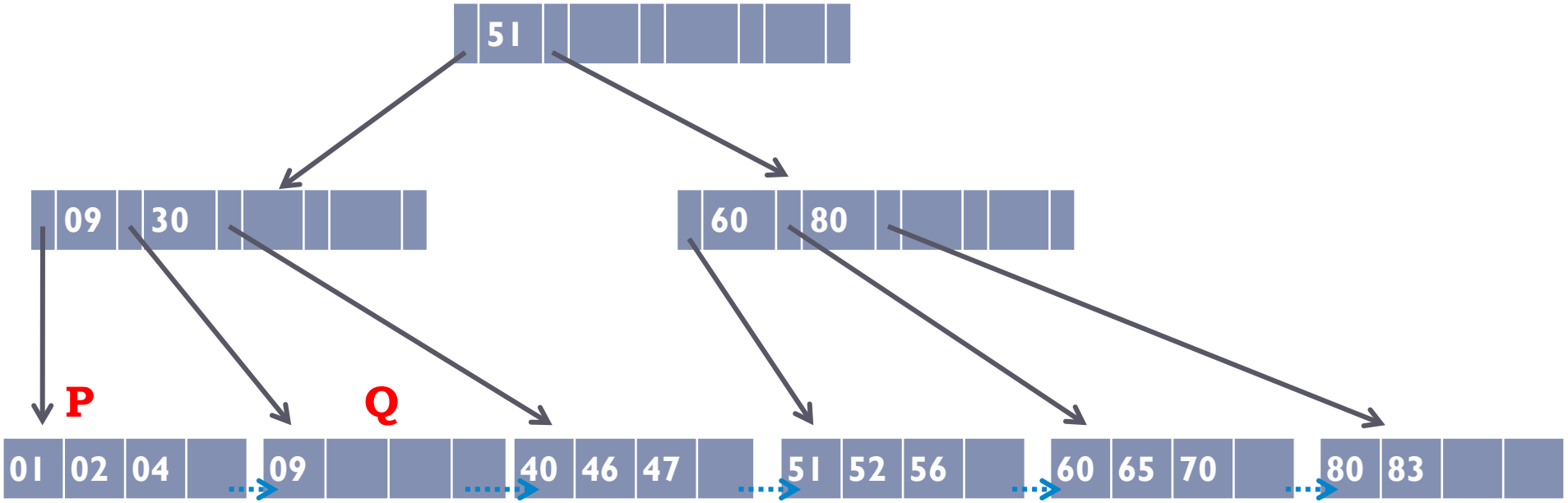
ordem d = 2




Nó ficou com menos de d entradas – necessário tratar isso
P e Q não podem ser concatenadas, pois a soma dos registros não é menor 2d
Solução: redistribuição

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 15

ordem d = 2

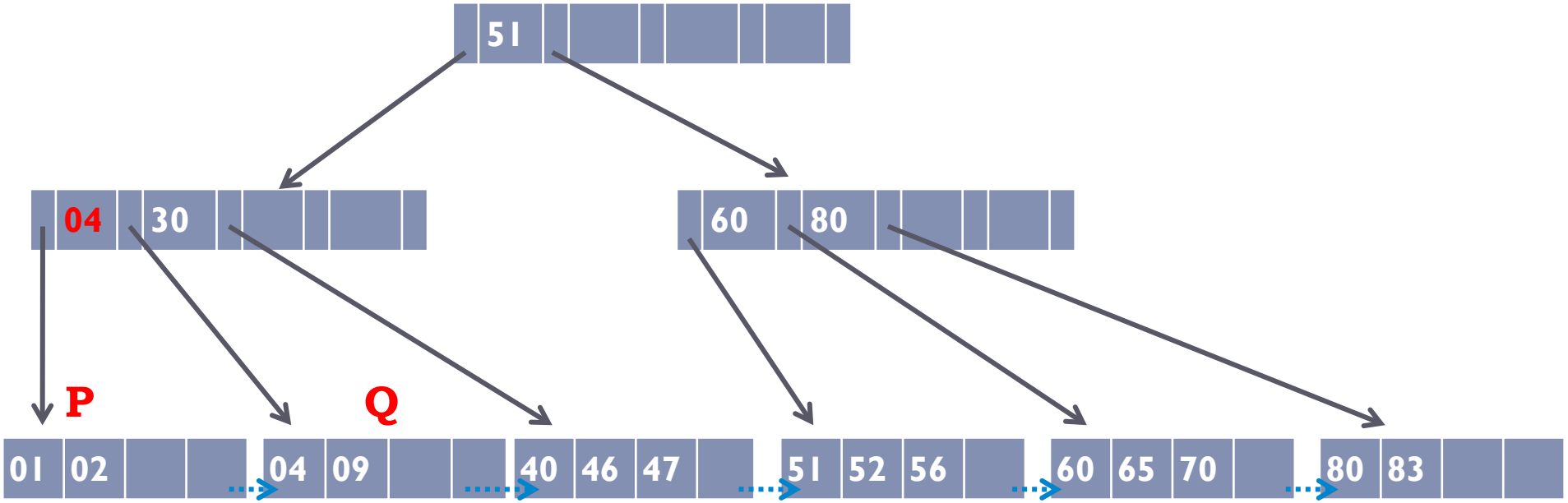



**MAS...** Se a chave do nó pai não precisa descer (porque não tem conteúdo, tem apenas a chave), porque não podemos concatenar P e Q?

Resposta: ao concatenar P e Q, a página concatenada ficaria cheia, e a próxima inserção neste nó causaria um particionamento. Para evitar isso, continuamos obedecendo o critério : soma da quantidade de chaves < 2d

# Exemplo de Exclusão em Árvore B+
# Excluir chave 15

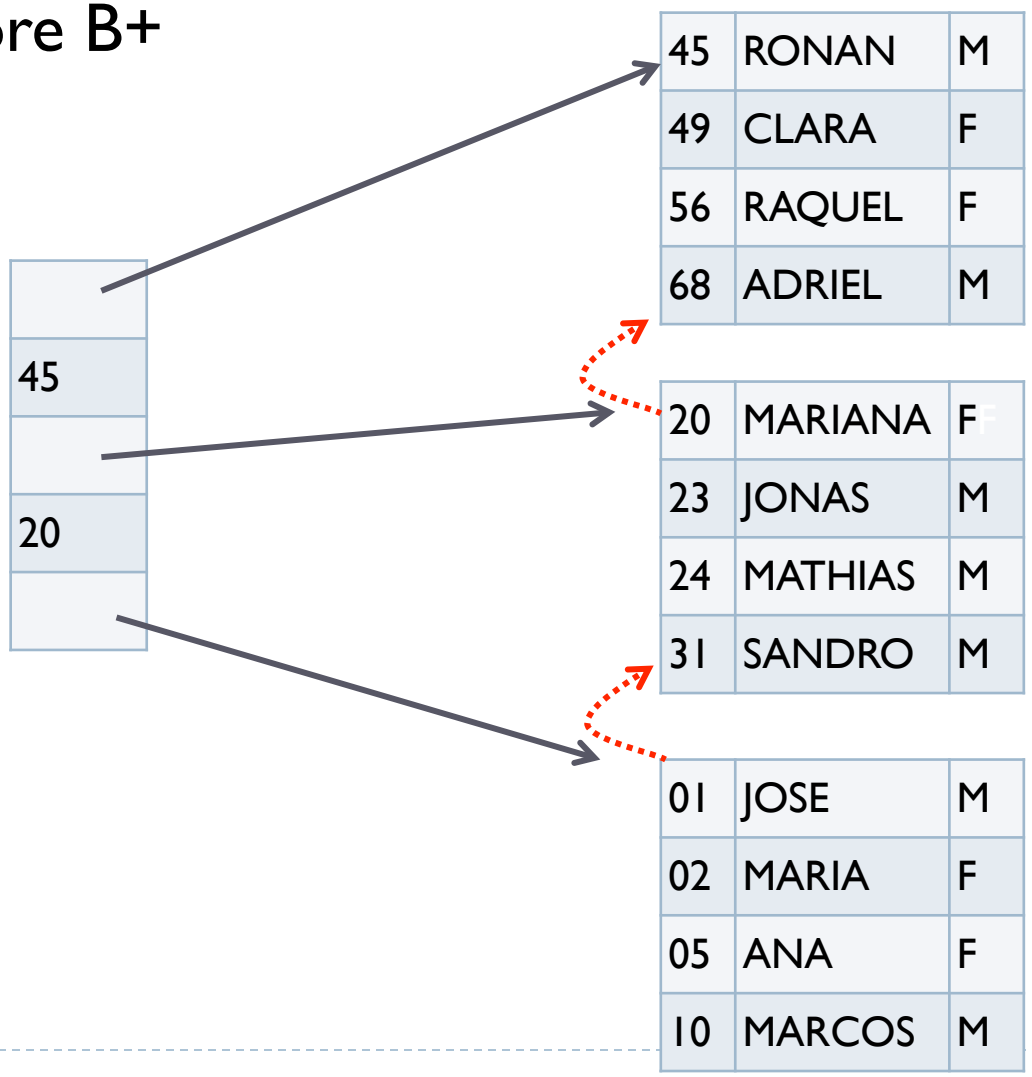
ordem d = 2




Note que a chave 4 sobe para W, mas o registro correspondente é colocado em Q

# Exemplo
(Mostrando os dados nas folhas)

- Neste exemplo, a árvore B+ tem apenas o nó raiz



# Considerações sobre implementação

- Pode-se utilizar três arquivos:
  - Um arquivo para armazenar os metadados
    - Ponteiro para a raiz da árvore
    - Flag indicando se a raiz é folha
  - Um arquivo para armazenar o índice (nós internos da árvore)
  - Um arquivo para armazenar os dados (folhas da árvore)

# Estrutura do arquivo de índice

- O arquivo de índice estará estruturado em nós (blocos/ páginas)
- Cada nó possui
  - Inteiro representando o número de chaves (**m**) armazenadas no nó
  - **Flag** booleano que diz se página aponta para nó folha (**TRUE** se sim, **FALSE** se não)
  - Ponteiro para o nó pai (para facilitar a implementação de concatenação)
  - $p_0, (s_1, p_1), (s_2,p_2), ..., (s_d,p_d), (s_{d+1},p_{d+1}), ..., (s_{2d+1}, p_{2d+1})$, onde:
    - $p_i$ é um ponteiro para uma página (dentro deste arquivo, se **flag** é **FALSE**, no arquivo de dados, se **flag** é **TRUE**)
    - $s_i$ é uma chave

# Estrutura do arquivo de dados

- O arquivo de dados também estará estruturado em nós (blocos/páginas)
- Cada nó possui
  - Inteiro representando o número de chaves (**m**) armazenadas no nó
  - Ponteiro para o nó pai (para facilitar a implementação de concatenação)
  - Ponteiro para a próxima página
  - **2d** registros

# Considerações sobre implementação

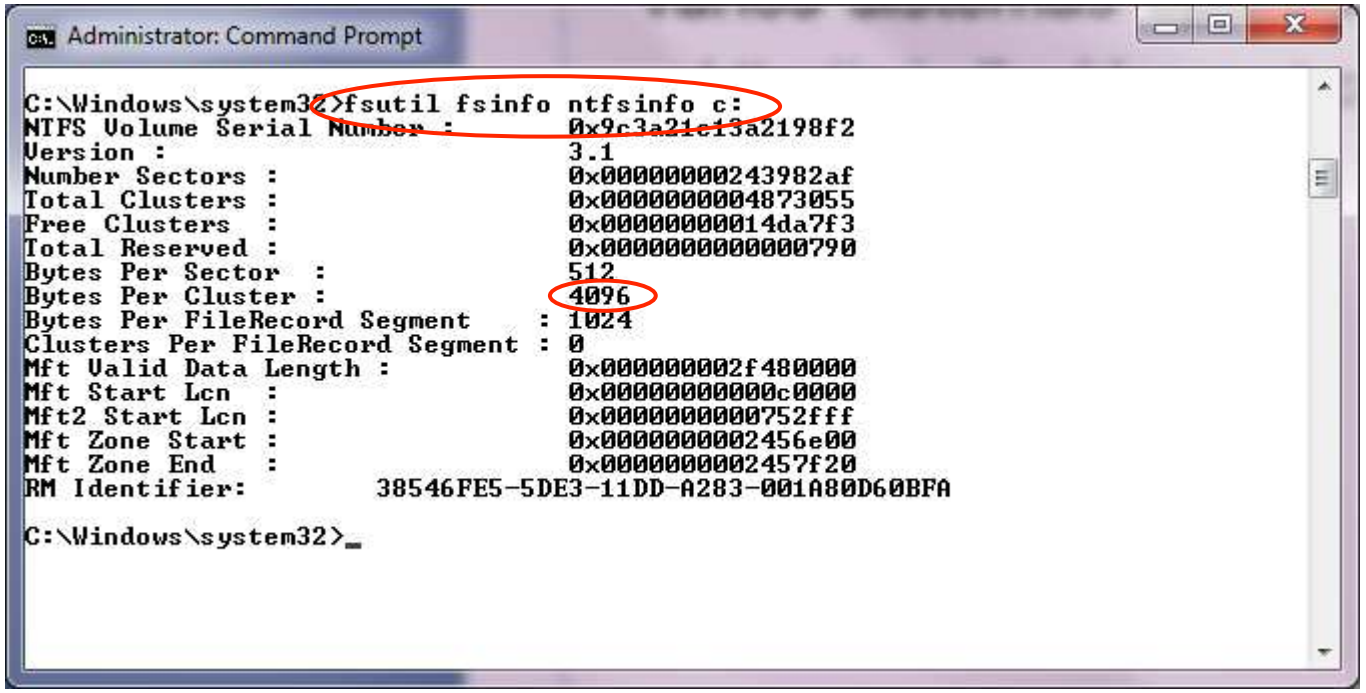
- Se o sistema de armazenamento tem tamanho de bloco de **B** bytes, e as chaves a serem armazenadas têm tamanho **k** bytes, a árvore B+ mais eficiente é a de ordem **d= (B / k) – 1**

- Exemplo prático:
  - Tamanho do bloco do disco B = 4KB = 4096 bytes
  - Tamanho da chave k = 4 bytes
  - d = (4096/4) – 1 = 1023

  - Quantas chaves cada nó da árvore terá, nessa situação? 2d = 2046 chaves!

# Dica

- Como determinar o tamanho do bloco de disco em vários sistemas operacionais:
  - http://arjudba.blogspot.com/2008/07/how-to-determine-os-block-size-for.html



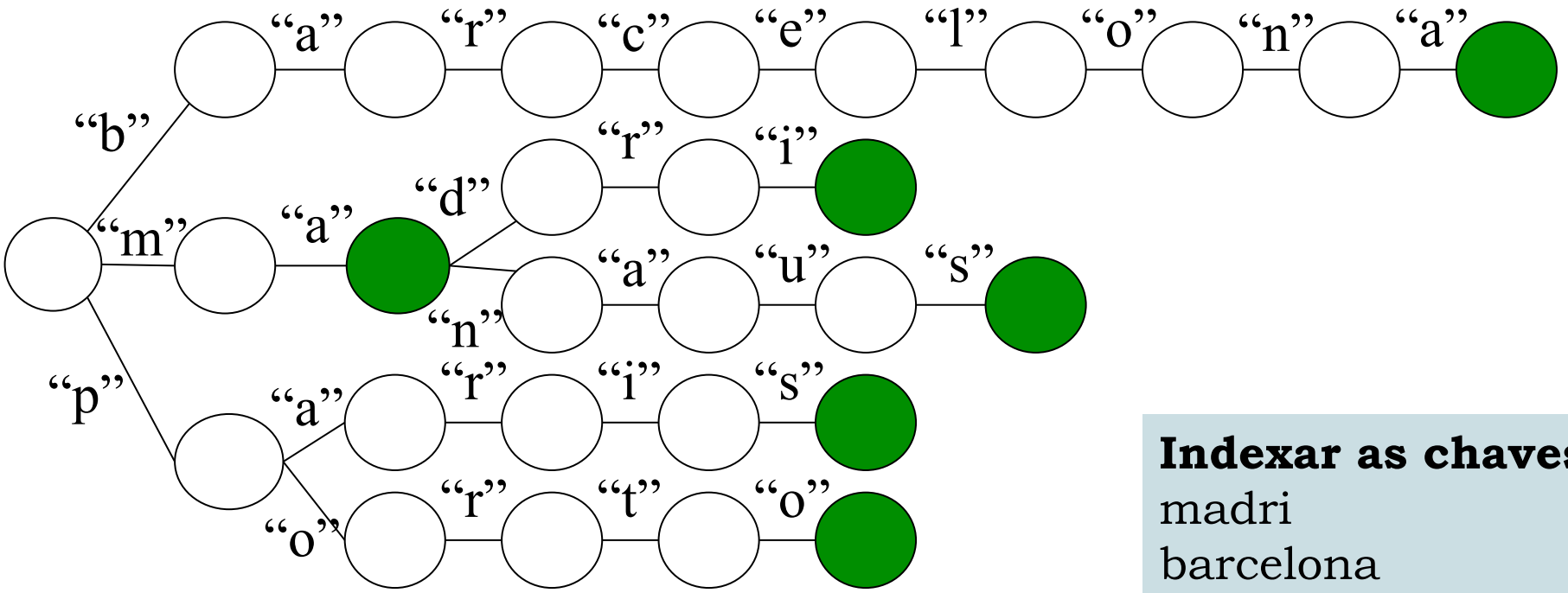
# Árvores Digitais

Fonte de consulta: Szwarcfiter, J.; Markezon, L. Estruturas de Dados e seus Algoritmos, 3a. ed. LTC. Seção 11.2

# Árvores Digitais

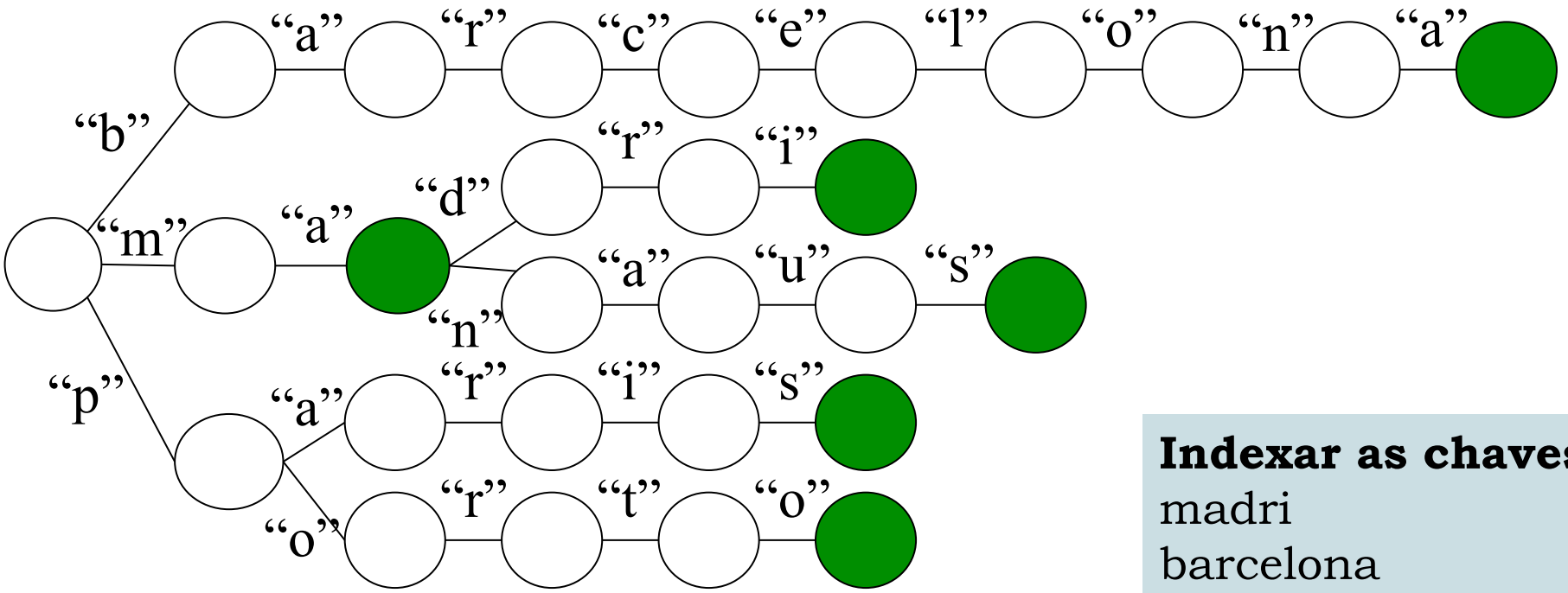
- Também chamadas de **Tries**
- Utilizam apenas parte da chave para determinar o desvio para os nós filhos

# Exemplo




**Indexar as chaves**:
madri
barcelona
ma
manaus
paris
porto

# Exemplo




**Indexar as chaves**:
madri
barcelona
ma

- Nós verdes apontam para o registro que contém aquela chave
- Nós brancos apontam para NULL

# Definições

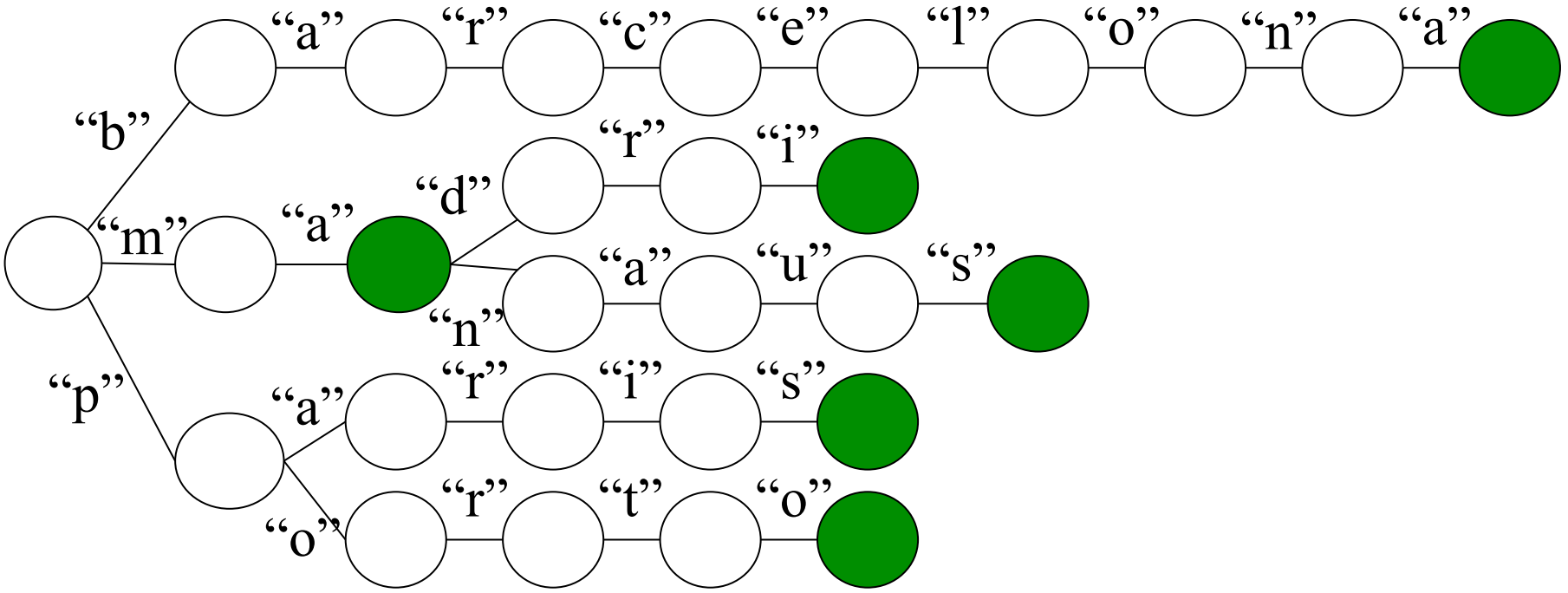
- $S = \{s_1, .., s_n\}$ é o conjunto de **chaves** a serem indexadas
- Cada chave $s_i$ é formada por uma sequência de elementos $d_j$ denominados **dígitos**
- Supõe-se que existe, em S, um total de m dígitos distintos, que compõe o **alfabeto** de S
- Os dígitos do alfabeto admitem ordenação, tal que $d_1 < ... < d_m$
- Os $p$ primeiros dígitos de uma chave compõe o prefixo de tamanho $p$ da chave

# Definições

- Uma árvore digital para S é uma árvore *m*-ária *T*, não vazia, tal que:
  1. Se um nó *v* é o *j*-ésimo filho de seu pai, então *v* corresponde ao dígito $d_j$ do alfabeto *S* (isso exige que a posição dos nós que não existem seja preservada, para caso precisem ser inseridos no futuro)
  2. Para cada nó *v*, a sequencia de dígitos definida pelo caminho desde a raiz de *T* até *v* corresponde a um prefixo de alguma chave de *S*

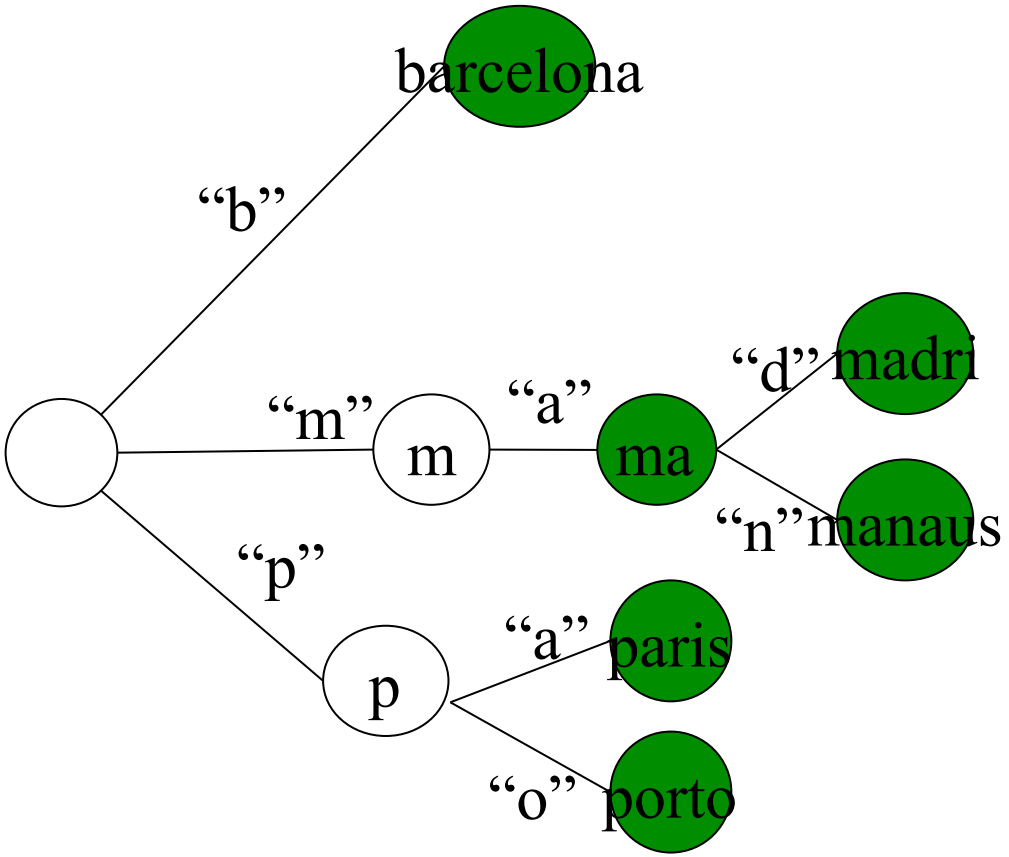
# No exemplo anterior

- S = {madri, barcelona, ma, manaus, paris, porto}
- Alfabeto de s = {a, b, c, d, e, i, l, m, n, o, p, r, s, t, u}



# Economia de Espaço

**Indexar as chaves**:
madri
barcelona
ma
manaus
paris
porto



# Uso de Tries

- Bastante utilizadas para implementar verificação ortográfica

# Exercício: Árvore B+

- Passo 1) Desenhar uma árvore B+ de **ordem 2** que contenha registros com as seguintes chaves: 1, 2, 3, 8, 15, 35, 36, 38, 39, 41, 43, 45, 51, 59
- Como d = 2:
  - Cada nó tem no máximo 4 chaves
  - Cada nó tem no máximo 5 filhos

- Passo 2) Sobre o resultado do passo 1, excluir os registros de chave: 3, 38, 1, 41

- Passo 3) Sobre o resultado do passo 2, incluir os registros de chave: 5, 14, 52, 53, 54

# Exercício: Árvore B+

- Escreva um algoritmo de busca de um registro de chave **x** em uma árvore B+
- Escreva um algoritmo de inserção de um registro de chave **x** em uma árvore B+
- Escreva um algoritmo de remoção de um registro de chave **x** em uma árvore B+

- Em todos os exercícios acima, assuma que são conhecidos:
  - o número de chaves que um determinado nó armazena (**m**)
  - a ordem da árvore (**d**)

# Dinâmica em grupo

- Design da estrutura de dados e algoritmos a serem usados com Árvores B+

- Problema 1
  - Concatenação de duas páginas (devido a uma exclusão) deixa um "buraco" no arquivo
  - Este "buraco" não é referenciado por nenhum ponteiro
  - Como evitar que isso aconteça?
- Problema 2
  - Como usar estes "buracos" no particionamento de páginas (devido a uma inserção)?

# Dinâmica em grupo

- Problema 3
  - O que acontece quando a raiz é uma folha?
- Problema 4
  - Como saber quem é a raiz?
- Problema 5
  - Como saber se duas páginas são adjacentes?